

제 2 교시

수학 영역

1

5지 선다형(1 ~ 21)

1. $(3+i)-2i$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]
① $1-i$ ② $2-i$ ③ $3-i$ ④ $4-i$ ⑤ $5-i$

2. $(2x+3y)(4x-y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는? [2점]
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. 이차부등식 $x^2-6x+5\leq 0$ 의 해가 $\alpha\leq x\leq\beta$ 일 때, $\beta-\alpha$ 의 값은? [2점]
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등식 $x^3-x^2+x+3=(x-1)(x^2+1)+a$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a 의 값은? [3점]
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $2x^3+3x+4$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때, 나머지를 구하는 과정을 나타낸 것이다.

a	2	0	3	4
		2		
	2			b

위 과정에 들어갈 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. x 에 대한 다항식 $x(x+2)+a$ 가 이차식 $(x+b)^2$ 으로 인수분해될 때, 두 상수 a , b 에 대하여 ab 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. x 에 대한 부등식

$$|x-a|<2$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 33일 때, 자연수 a 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. x 에 대한 삼차방정식

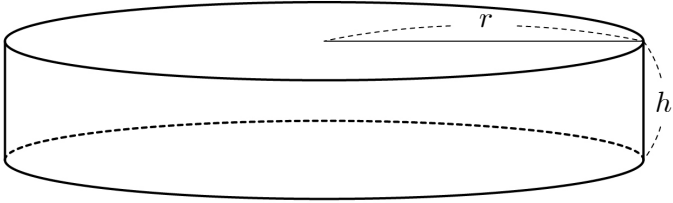
$$ax^3+x^2+x-3=0$$

의 한 근이 1일 때, 나머지 두 근의 곱은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 k 의 최댓값은? [3점]
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 밑면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원기둥 모양의 용기에 대하여
- $r + 2h = 8, \quad r^2 - 2h^2 = 8$
- 일 때, 이 용기의 부피는? (단, 용기의 두께는 무시한다.) [3점]
- ① 16π ② 20π ③ 24π ④ 28π ⑤ 32π



11. x, y 에 대한 두 연립방정식

$$\begin{cases} 3x+y=a \\ 2x+2y=1 \end{cases}, \begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ x-y=b \end{cases}$$

의 해가 일치할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 다항식 $2x^3+x^2+x-1$ 을 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 3이다. $Q(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 복소수 z 를 $z=a+bi$ 라 할 때, $\frac{z}{\bar{z}}$ 의 실수부분이 0이 되게 하는 모든 복소수 z 의 개수는? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 삼차방정식 $x^3+2x^2-3x+4=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(3+\alpha)(3+\beta)(3+\gamma)$ 의 값은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

15. $2018^3 - 27$ 을 $2018 \times 2021 + 9$ 로 나눈 몫은? [4점]

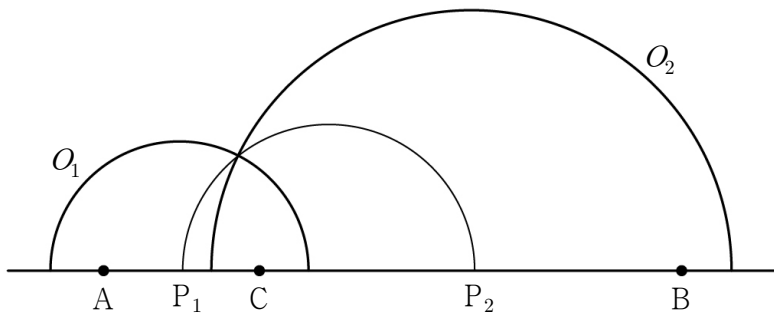
- ① 2015 ② 2025 ③ 2035 ④ 2045 ⑤ 2055

16. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + 2bi$ 가 $z^2 + (\bar{z})^2 = 0$ 을 만족시킬 때, $6a + 12b^2 + 11$ 의 최솟값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 그림과 같이 직선 위에 $\overline{AB}=6$ 인 두 점 A, B가 있다. 선분 AB 위의 점 C에 대하여 선분 AC의 중점을 P_1 , 선분 CB의 중점을 P_2 라 하고 $\overline{P_1C}=a$, $\overline{CP_2}=b$ 라 하자. 점 P_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $a+\frac{1}{2}$ 인 반원 O_1 , 점 P_2 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $b+\frac{1}{2}$ 인 반원 O_2 를 각각 그린 후, 선분 P_1P_2 를 지름으로 하는 반원을 그린다. 두 반원 O_1 과 O_2 의 교점이 호 P_1P_2 위에 있을 때, ab 의 값은? (단, $a < b$) [4점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

20. 다음은 x 에 대한 삼차방정식

$$2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$$

의 서로 다른 세 실근이 직각삼각형의 세 변의 길이일 때, 상수 k 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

삼차방정식 $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$ 에서

$$(x-1)(\boxed{\text{가}} + k) = 0$$

이므로 삼차방정식 $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$ 의 서로 다른 세 실근은 1과 이차방정식 $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 의 두 근이다. 이차방정식 $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 의 두 근을 α, β ($\alpha > \beta$)라 하자. 1, α, β 가 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 경우는 다음과 같이 2가지로 나눌 수 있다.

(i) 빗변의 길이가 1인 경우

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로 $k = \boxed{\text{나}}$ 이다.

그런데 $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 에서 판별식 $D < 0$ 이므로 α, β 는 실수가 아니다. 따라서 1, α, β 는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없다.

(ii) 빗변의 길이가 α 인 경우

$$1 + \beta^2 = \alpha^2 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로 $k = \boxed{\text{다}}$ 이다. 이때 1, α, β 는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있다.

따라서 (i)과 (ii)에 의하여 $k = \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(x)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $f(3) \times \frac{q}{p}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

21. 모든 실수 x 에 대하여 두 이차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(x)+Q(x)=4$
(나) $\{P(x)\}^3+\{Q(x)\}^3=12x^4+24x^3+12x^2+16$

$P(x)$ 의 최고차항의 계수가 음수일 때, $P(2)+Q(3)$ 의 값은?

[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

단답형(22 ~ 30)

22. $x+y=6$, $xy=2$ 일 때, x^2y+xy^2 의 값을 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 3, 4일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 연립부등식

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x^2-6x \leq -8 \end{cases}$$

의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 다항식 $x^4 + ax + b$ 가 $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 몫을 $Q(x)$ 라 하자. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b+Q(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

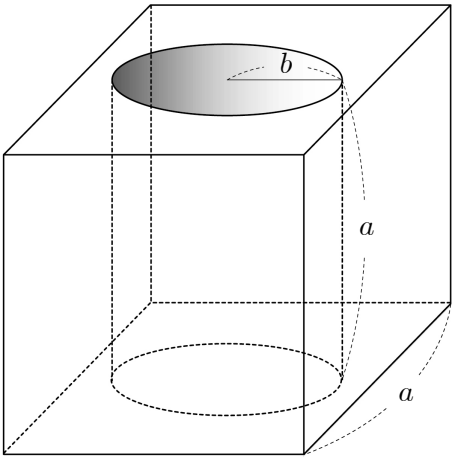
25. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2(2\alpha^2 + \beta^2) + 6(2\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 이차함수 $f(x)=x^2+ax-(b-7)^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x=-1$ 에서 최솟값을 가진다.
(나) 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=cx$ 가
한 점에서만 만난다.

세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체 모양의 입체도형이 있다.
이 입체도형에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 b 이고
높이가 a 인 원기둥 모양의 구멍을 뚫었다. 남아 있는 입체도형의
겉넓이가 $216+16\pi$ 일 때, 두 유리수 a, b 에 대하여 $15(a-b)$ 의
값을 구하시오. (단, $a>2b$) [4점]



29. 최고차항의 계수가 음수인 이차다항식 $P(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{P(x)+x\}^2=(x-a)(x+a)(x^2+5)+9$$

를 만족시킨다. $\{P(a)\}^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$) [4점]

30. 두 자연수 a, b 에 대하여 일차식 $x-a$ 를 인수로 가지는 다항식 $P(x)=x^4-290x^2+b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

계수와 상수항이 모두 정수인 서로 다른 세 개의 다항식의 곱으로 인수분해된다.

모든 다항식 $P(x)$ 의 개수를 p 라 하고, b 의 최댓값을 q 라 할 때,

$\frac{q}{(p-1)^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.