1. 서로 다른 사탕 3개를 4명에게 나누어 주는 방법의 수는? (단, 한 개도 못 받은 학생이 있을 수도 있다.)

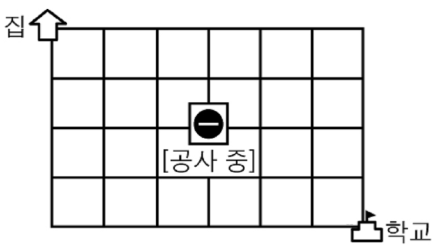
① 4 ② 8 ③ 24 ④ 64 ⑤ 81

2. 집합
$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to Y$의 개수는?

(가) $f(1) \neq f(2)$이고 $f(2) \neq f(3)$이다. (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 1580 ② 1680 ③ 1780 ④ 1880 ⑤ 1980

3. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 공사 중인 곳을 통과하여 갈 수 없다고 할 때, 집에서 학교까지 최단 거리로 가는 방법의 수는?



① 110 ② 120 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

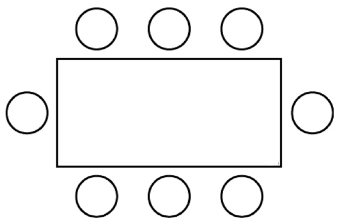
4. 1, 1, 2, 3, 4가 각각 적혀 있는 5장의 카드를 일렬로 배열할 때, 2, 3, 4가 적힌 3장의 카드를 2→3→4의 순서로 배열하는 방법의 수는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 9인 자연수의 개수는?

① 56 ② 60 ③ 90 ④ 125 ⑤ 243

6. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 방법의 수는?

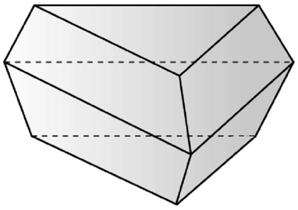


① $2\times7!$ ② $3\times7!$ ③ $4\times7!$ ④ $5\times7!$ ⑤ $6\times7!$

7. 5명의 남자와 3명의 여자가 원탁에 둘러앉을 때, 여자가 이웃하지 않는 경우의 수는?

① 1120 ② 1280 ③ 1440 ④ 1560 ⑤ 1600

8. 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.)



① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

9. 자연수 n에 대하여 ${}_{n}\mathrm{P}_{3}=20n$일 때, ${}_{3}\mathrm{H}_{n}$의 값은?

① 28 ② 30 ③ 34
④ 56 ⑤ 72

10. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$에서
집합 $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$으로의 함수 f가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f의 개수는?

(가) $f(1)\geq 5$
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 $x_1<x_2$이면
$f(x_1)\geq f(x_2)$이다.

① 12 ② 18 ③ 36
④ 48 ⑤ 54

11. x, y, z가 모두 양의 정수일 때, 방정식 $x+y+z=9$를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는?

① 28 ② 35 ③ 55
④ 63 ⑤ 84

12. 41^{11}을 200으로 나눈 나머지는?

① 39 ② 40 ③ 41
④ 42 ⑤ 43

13. 자연수 x에 대하여 x^{11}을 11로 나눈 나머지가 3일 때, $(1+x)^{11}$을 11로 나눈 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14. A, B, C를 포함한 6명이 한 줄로 설 때, A, B, C 중 2명만 이웃할 확률은?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

15. 어느 반 학생 30명 중에서 영어 B형을 선택한 학생이 27명, 수학 B형을 선택한 학생이 21명이었다. 이 반에서 한 명의 학생을 임의로 뽑을 때, 영어와 수학 모두 B형을 선택한 학생이 뽑힐 확률의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

16. 2가 적힌 공 3개, 3이 적힌 공 4개, 4가 적힌 공 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 적혀 있는 두 수를 곱할 때, 그 곱이 홀수이거나 6의 배수일 확률이 $\frac{p}{q}$이다. $p+q$의 값은? (단, p, q는 자연수이고 서로소이다.)

① 48 ② 49 ③ 50
④ 51 ⑤ 52

17. 문자 a, b, c가 각각 하나씩 적힌 3장의 카드가 들어 있는 주머니에서 한 개의 카드를 임의로 뽑아 적힌 문자를 확인하고 다시 주머니에 되돌려 넣는 시행을 7번 반복할 때, 각 문자가 나온 횟수를 다음 표에 기록한다. n_1, n_2, n_3의 최댓값이 3일 확률은?

카드에 적힌 문자	a	b	c	계
카드가 나온 횟수	n_1	n_2	n_3	7

① $\frac{200}{3^6}$ ② $\frac{250}{3^5}$ ③ $\frac{100}{3^5}$
④ $\frac{350}{3^6}$ ⑤ $\frac{400}{3^6}$

18. 두 사건 A와 B는 서로 배반이고, $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A)P(B)=\frac{1}{12}$일 때, $P(A\cup B)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

19. 어느 회사에서는 같은 제품을 두 공장 P와 Q에서 생산하는데 P공장과 Q공장의 생산량은 각각 전체 제품의 30%와 70%이다. 두 공장 P와 Q에서의 불량률은 각각 2%와 5%라고 한다. 두 공장에서 생산된 제품 중 한 개를 임의로 선택한 제품이 불량품이었을 때, Q공장에서 생산되었을 확률을 구하면?

① $\frac{13}{41}$ ② $\frac{17}{41}$ ③ $\frac{23}{41}$
④ $\frac{32}{41}$ ⑤ $\frac{35}{41}$

20. 두 사건 A, B에 대하여 $P(A)=0.5$, $P\left((A\cup B)^C\right)=0.3$, $P(B|A)=0.6$일 때, $P(A|B)$의 값이 $\frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하면? (단, a, b는 서로소인 자연수)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

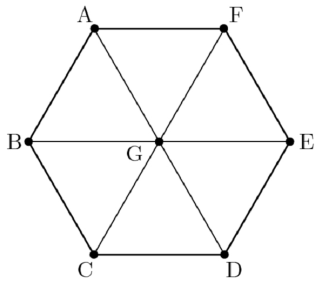
서술형

21. 서로 다른 종류의 빨간색 볼펜 3개와 서로 다른 종류의 파란색 볼펜 4개가 있다. 이 7개의 볼펜을 두 묶음으로 나눌 때, 두 묶음에는 각각 빨간색 볼펜과 파란색 볼펜이 적어도 하나씩 있도록 나누는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

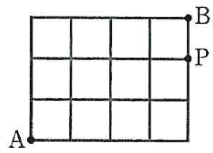
22. 생일이 서로 다른 다섯 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서부터 세 번째에 선 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 생일이 빠를 확률을 구하시오.

23. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $0<\mathrm{P}(B)<1$이고, $\mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(A\cap B^c)+\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(A^c\cap B^c)+\frac{1}{3}$이 성립할 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값을 구하시오.

24. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 6개로 이루어진 정육각형 모양의 도형이 있다. 점 A에 있는 갑과 점 G에 있는 을이 다음 규칙에 따라 이동하는 시행을 한다.
한 개의 동전을 1번 던져서 앞면이 나오면 정삼각형의 변을 따라 1만큼 움직이고, 뒷면이 나오면 움직이지 않는다.
갑과 을이 각각 동전을 던져 위의 시행을 한 번씩 했을 때, 두 사람 사이의 거리가 1이 될 확률을 구하시오. (단, 점 A에서 각 변을 따라 움직일 확률은 모두 $\frac{1}{3}$이고, 점 G에서 각 변을 따라 움직일 확률은 모두 $\frac{1}{6}$이다.)



25. 오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다. 한 개의 동전을 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 A에서 B까지 이동하는 게임을 한다.



(가) 앞면이 나오면 오른쪽으로 한 칸 이동한다. (나) 뒷면이 나오면 위쪽으로 한 칸 이동한다. (다) 이동할 수 없으면 동전을 다시 던진다. (라) B에 도착하면 게임은 끝난다.

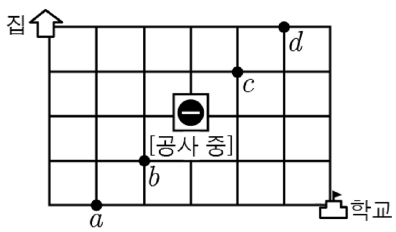
동전을 던진 횟수가 8회 이하로 게임이 끝났을 때, P를 지났을 확률을 구하시오.

정답 및 풀이

1) ④
서로 다른 3개의 사탕이 4명을 택하는 중복순열의 수와 같으므로
$_4\Pi_3 = 4^3 = 64$

2) ②
조건(가)에서 $f(1) \neq f(2)$이고 $f(2) \neq f(3)$이므로 다음 두 가지로 나눌 수 있다.
(ⅰ) $f(1) \neq f(3)$인 경우
$f(1), f(2), f(3)$을 정하는 경우의 수는 $_6P_3 = 120$
이 각각에 대하여 조건(나)에서 치역의 원소의 개수가 3이므로 나머지 $f(4), f(5)$의 값은 $f(1), f(2), f(3)$의 값이므로 경우의 수는 $_3\Pi_2 = 3^2 = 9$
그러므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
$120 \times 9 = 1080$
(ⅱ) $f(1) = f(3)$인 경우
$f(1), f(2)$의 값을 정하는 경우의 수는 $_6P_2 = 30$
$f(4)$가 $f(1), f(2)$의 값 중 하나를 가지는 경우 $f(5)$는 $f(1), f(2)$의 두 값을 제외하고 가져야 한다.
$f(5)$가 $f(1), f(2)$의 값 중 하나를 가지는 경우 $f(4)$는 $f(1), f(2)$의 두 값을 제외하고 가져야 한다.
$f(4) = f(5)$인 경우는 $f(4)$와 $f(5)$가 $f(1), f(2)$의 두 값을 제외한 하나의 값을 가져야 한다.
이때 경우의 수는 $2 \times 4 + 2 \times 4 + 4 = 20$
그러므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
$30 \times 20 = 600$
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $1080 + 600 = 1680$

3) ①



(ⅰ) 집에서 a를 거쳐서 학교로 가는 최단 경로의 수는
$\frac{5!}{4!} \cdot 1 = 5 \cdot 1 = 5$
(ⅱ) 집에서 b를 거쳐서 학교로 가는 최단 경로의 수는
$\frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{5!}{4!} = 10 \cdot 5 = 50$
(ⅲ) 집에서 c를 거쳐서 학교로 가는 최단 경로의 수는
$\frac{5!}{4!} \cdot \frac{5!}{2!3!} = 5 \cdot 10 = 50$
(ⅳ) 집에서 d를 거쳐서 학교로 가는 최단 경로의 수는
$1 \cdot \frac{5!}{4!} = 1 \cdot 5 = 5$
따라서 집에서 공사하는 곳을 거치지 않고 학교로 가는 최단 경로의 수는
$5 + 50 + 50 + 5 = 110$

4) ②
2,3,4의 순서가 고정되어 있으므로 2,3,4를 모두 x로 생각하여 $1, 1, x, x, x$가 적혀 있는 5장의 카드를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x는 2, 두 번째 x는 3, 세 번째 x는 4로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는
$\frac{5!}{2!3!} = 10$

5) ①
각 자리의 수의 합이 9인 경우는 다음과 같다.
(ⅰ) 각 자리의 수가 1,1,1,6 인 경우
네 수 1,1,1,6을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!} = 4$
(ⅱ) 각 자리의 수가 1, 1, 2,5인 경우
네 수 1, 1, 2,5을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$
(ⅲ) 각 자리의 수가 1, 1, 3,4인 경우
네 수 1, 1, 3,4을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$
(ⅳ) 각 자리의 수가 1, 2, 2,4인 경우
네 수 1, 2, 2,4을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$
(ⅴ) 각 자리의 수가 1, 2, 3,3인 경우
네 수 1, 2, 3,3을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$
(ⅵ) 각 자리의 수가 2, 2, 2,3인 경우
네 수 2, 2, 2,3을 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!} = 4$
(ⅰ)~(ⅵ)에 의하여 구하는 경우의 수는
$4 + 12 + 12 + 12 + 12 + 4 = 56$

6) ③
8명을 원형으로 배열하는 방법의 수는
$(8-1)! = 7!$
이때 직사각형 모양의 탁자에서는 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 서로 다른 경우가 4가지씩 존재한다.
따라서 구하는 방법의 수는
$4 \cdot 7!$

7) ③
남자 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(5-1)! = 4! = 24$
남자 사이의 5개의 자리 중에서 3개를 택하여 여자를 앉히는 방법의 수는

${}_5P_3=60$
따라서 구하는 방법의 수는
$24\cdot 60=1440$

8) ③
정삼각형에 칠할 색을 결정하는 경우의 수는
${}_8C_2=28$
나머지 6가지 색으로 등변사다리꼴을 칠하는
경우의 수는 ${}_6C_3\times(3-1)!\times 3!=240$
따라서 구하는 경우의 수는 $28\times 240=6720$이다.

9) ①
$n(n-1)(n-2)=20n$에서
$(n-1)(n-2)=5\cdot 4\quad \therefore n=6$
$\therefore {}_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=28$

10) ③
(ⅰ) $f(1)=5$인 경우
공역 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 다음 크거나 같은 것부터 차례로 2, 3 에 대응시키는 경우의 수는 ${}_5H_2={}_6C_2=15$
(ⅱ) $f(1)=5$인 경우
공역 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 다음 크거나 같은 것부터 차례로 2, 3 에 대응시키는 경우의 수는 ${}_6H_2={}_7C_2=21$
따라서 함수 f의 개수는 $15+21=36$

11) ①
x,y,z가 양의 정수이므로 $x,y,z\geq 1$이다.
따라서 $x-1=X, y-1=Y, z-1=Z$라 두면
$X+Y+Z=(x-1)+(y-1)+(z-1)=6$이고
$X,Y,Z\geq 0$이다. 또한 순서쌍 (X,Y,Z)의 개수는 (x,y,z)의 개수와 같으므로 양의 정수 (x,y,z)의 개수는 ${}_3H_6={}_8C_6=\frac{8\cdot 7}{2}=28$개다.

12) ③
$41^{11}=(1+40)^{11}$
$={}_{11}C_0+{}_{11}C_1\cdot 40+{}_{11}C_2\cdot 40^2+\cdots+{}_{11}C_{11}40^{11}$
여기서 ${}_{11}C_2\cdot 40^2+\cdots+{}_{11}C_{11}40^{11}$ 는 200으로 나누어 떨어지므로 41^{11}을 200으로 나눈 나머지는
${}_{11}C_0+{}_{11}C_1\cdot 40=1+440=441$을 200으로 나눈 나머지인 41이다.

13) ④
$(1+x)^{11}={}_{11}\mathrm{C}_0+{}_{11}\mathrm{C}_1\cdot x+{}_{11}\mathrm{C}_2\cdot x^2+\cdots+{}_{11}\mathrm{C}_{11}\cdot x^{11}$
에서 $1\leq r\leq 10$일 때, ${}_{11}C_r=\frac{11!}{(11-r)!r!}$,
$11!={}_{11}C_r(11-r)!r!$
이므로 ${}_{11}C_r$은 11을 약수로 갖는다.
따라서 $1\leq r\leq 10$일 때 ${}_{11}C_r$은 11로 나누면
나머지는 0이다.
$(1+x)^{11}={}_{11}\mathrm{C}_0+{}_{11}\mathrm{C}_1\cdot x+{}_{11}\mathrm{C}_2\cdot x^2+\cdots+{}_{11}\mathrm{C}_{11}\cdot x^{11}$
을 11로 나누면 x^{11}이 11로 나눈 나머지가 3이므로
$(1+x)^{11}$을 11로 나눈 나머지는 $1+3=4$

14) ④
A,B,C 중 두 명만 이웃하려면
$X\ D\ X\ E\ X\ F\ X$
X 위치 4개중 2개에 이웃된 두 명 한 묶음과 나머지 한 사람이 들어가면 되니 즉 ${}_4P_2$, 그 한 묶음에 선택 되는 가짓수는 A,B,C세 사람 중 둘을 선택하여 나열하는${}_3P_2$ 가 되고 나머지 사람 D,E,F를 나열하는 가짓수 3! 따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_4P_2\times{}_3P_2\times 3!}{6!}=\frac{3}{5}$이 된다.

15) ④
$18\leq n(A\cap B)\leq 22$
$\therefore \frac{18}{30}=\frac{3}{5}$
가 최솟값이 된다.

16) ⑤
2개의 공에 적혀 있는 두 수의 곱이 홀수일 확률은
$\frac{{}_4C_2}{{}_{12}C_2}=\frac{6}{66}$
2개의 공에 적혀 있는 두 수의 곱이 6의 배수일
확률은
$\frac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_{12}C_2}+\frac{{}_4C_1\times{}_5C_1}{{}_{12}C_2}=\frac{12}{66}+\frac{20}{66}=\frac{32}{66}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{66}+\frac{32}{66}=\frac{38}{66}=\frac{19}{33}$이므로
$p+q=52$

17) ④
$n_1+n_2+n_3=7$을 만족시키는 문자의 값으로
가능한 것은 3+3+1 또는 3+2+2
(ⅰ) 3+3+1인 경우
1번 나오는 문자를 택하는 경우의 수는 ${}_3C_1$이므로
전체 7개의 문자의 값을 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_3C_1\times\frac{7!}{3!3!}=420$
(ⅱ) 3+2+2인 경우
3번 나오는 문자를 택하는 경우의 수는 ${}_3C_1$이므로
전체 7개의 문자의 값을 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_3C_1\times\frac{7!}{3!2!2!}=630$
따라서 구하는 확률은
$\frac{420+630}{3^7}=\frac{1050}{3^7}=\frac{350}{3^6}$

18) ④

$P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A)P(B)=\frac{1}{12}$이므로

$\frac{1}{4}P(B)=\frac{1}{12}$ $\therefore P(B)=\frac{1}{3}$

A, B가 서로 배반사건이므로 $A\cap B=\varnothing$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

19) ⑤

P공장에서 생산된 제품인 사건을 P, Q공장에서 생산된 제품인 사건을 Q, 제품이 불량품인 사건을 E라고 하면

$P(P\cap E)=P(P)P(E|P)=0.3\times 0.02=0.006$

$P(Q\cap E)=P(Q)P(E|Q)=0.7\times 0.05=0.035$

$\therefore P(E)=P(P\cap E)+P(Q\cap E)$

$=0.006+0.035=0.041$

따라서 구하는 확률은

$$P(Q|E)=\frac{P(Q\cap E)}{P(E)}=\frac{0.035}{0.041}=\frac{35}{41}$$

20) ①

$P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)$ 이므로

$0.3=1-P(A\cup B)\Rightarrow P(A\cup B)=0.7$이다.

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A\cap B)}{0.5}=0.6$이므로

$P(A\cap B)=0.3$

따라서 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$0.7=0.5+P(B)-0.3\Rightarrow P(B)=0.5$이므로

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.3}{0.5}=\frac{3}{5}$

$\therefore a+b=5+3=8$

21) 42

두 묶음에 적어도 하나씩 있도록 3개의 빨간색 볼펜을 넣는 방법의 수는 $2^3-2=6$

두 묶음에 적어도 하나씩 있도록 4개의 파란색 볼펜을 넣는 방법의 수는 $2^4-2=14$

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6\times 14}{2}=42$

22) $\frac{1}{3}$

다섯 명의 생일을 나열하는 가짓수는$5\neq 120$

세 번째 학생이 양옆 학생보다 생일이 빠른 경우는

세 번째 학생이

가장 빠를 때, $4\neq 24$

두 번째로 빠를 때, ${}_3P_2\times 2!=12$

세 번째로 빠를 때, ${}_2P_1\times 2!=4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$이다.

23) $\frac{3}{4}$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$P(A|B)=P(A)=\frac{1}{4}$

$P(A\cap B^C)+P(A^C\cap B)=P(A^C\cap B^C)+\frac{1}{3}$에서

$P(A)P(B^C)+P(A^C)P(B)=P(A^C)P(B^C)+\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}P(B^C)+\frac{3}{4}P(B)=\frac{3}{4}P(B^C)+\frac{1}{3}$

$\frac{3}{4}P(B)-\frac{1}{2}P(B^C)=\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}P(B)-\frac{1}{2}(1-P(B))=\frac{1}{3}$

$\therefore P(B)=\frac{2}{3}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

$=\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$

24) $\frac{23}{36}$

갑과 을이 조건에 맞게 되는 경우는

(갑,을)의 순서쌍이

(뒤, 뒤) : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

(앞, 뒤) : $\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}$

(뒤, 앞) : $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\right)$

(앞, 앞) :

갑이 B로 가는 경우 을은 두 가지의 경우가 있으므로 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\right)$

갑이 F로 가는 경우 을은 두 가지의 경우가 있으므로 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\right)$

갑이 G로 가는 경우 을은 여섯 가지의 경우가 있으므로 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times 1\right)$

따라서 모든 경우를 다 더하면 $\frac{23}{36}$

구하는 확률은 $\frac{23}{36}$이다.

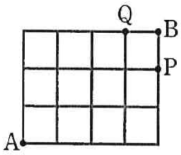
25) [정답] $\frac{17}{42}$

(ⅰ) 동전을 7번 던져서 B에 도착할 확률

① P를 지날 때

앞면이 4번, 뒷면이 2번 나와야 하므로

$${}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{15}{2^7}$$



② Q를 지날 때

앞면이 3번, 뒷면이 3번 나와야 하므로

$${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2}=\frac{20}{2^7}$$

(ⅱ) 동전을 8번 던져서 B에 도착할 확률

① P를 지날 때

앞면이 5번, 뒷면이 2번 나와야 하므로

$${}_7C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{21}{2^8}$$

② Q를 지날 때

앞면이 3번, 뒷면이 4번 나와야 하므로

$${}_7C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\frac{1}{2}=\frac{35}{2^8}$$

따라서 동전을 던진 횟수가 8회 이하로 게임이 끝나는 사건을 A, P를 지나는 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

$$=\frac{\frac{15}{2^7}+\frac{21}{2^8}}{\frac{15}{2^7}+\frac{20}{2^7}+\frac{21}{2^8}+\frac{35}{2^8}}$$

$$=\frac{30+21}{30+40+21+35}=\frac{17}{42}$$