

1. 세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중에서 2300보다 작은 수의 개수는?

- ① 19 ② 24 ③ 36
④ 45 ⑤ 60

2. 5개의 문자 a, b, c, d, e 로 중복을 허락하여 문자가 4개인 문자열을 만들어 $aaaa, aaab, aaac, aaaad, aaaaee, \dots$ 와 같이 사전식으로 배열할 때, 205번째에 오는 문자열은?

- ① $bdad$ ② $bdae$ ③ $bdba$
④ $bdbb$ ⑤ $bdbe$

3. 8개의 문자 a, a, a, b, b, c, c, c 를 일렬로 나열할 때, 문자 b 가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

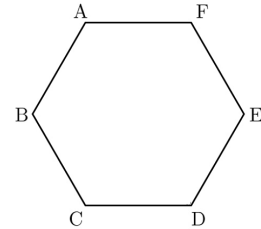
- ① 56 ② 140 ③ 420
④ 500 ⑤ 560

4. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 서로 다른 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 2개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.)

- (가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

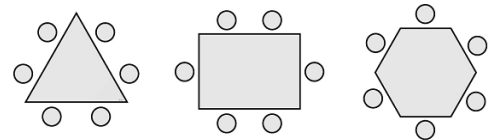
- ① 95 ② 85 ③ 75
④ 65 ⑤ 55

5. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF의 둘레를 따라 시계 방향 또는 시계반대 방향으로 1회에 1만 큼씩 움직이는 점 P가 있다. 꼭짓점 A의 위치에 있는 점 P가 9회 이동하여 꼭짓점 D까지 이동하는 경우의 수는? (단, 이동하는 과정에서 지나는 꼭짓점의 순서가 다르다면 다른 경우이다.)



- ① 168 ② 170 ③ 172
④ 174 ⑤ 176

6. 다음 그림과 같이 정삼각형, 직사각형, 정육각형 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 방법의 수는?



	정삼각형	직사각형	정육각형
①	225	330	105
②	230	340	110
③	235	350	115
④	240	360	120
⑤	245	370	125

7. 세 쌍의 부부가 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 경우의 수는?

- ① 16 ② 18 ③ 24
④ 32 ⑤ 36

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=7 \\ x+y+z+w=15 \end{cases}$ 의 음이 아닌 정수해 (x, y, z, w) 의 개수는?
 ① 48 ② 56 ③ 64
 ④ 72 ⑤ 80

9. 어느 식당에서 물냉면과 비빔냉면의 두 가지 종류의 냉면을 주문받으려고 한다. 다섯 그릇을 주문받는 방법의 수는?
 ① ${}_5P_2$ ② ${}_5C_2$ ③ ${}_6C_1$
 ④ ${}_6C_2$ ⑤ ${}_6P_2$

10. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로
 의 함수 f 중 다음 조건을 만족하는 함수의 개수는?

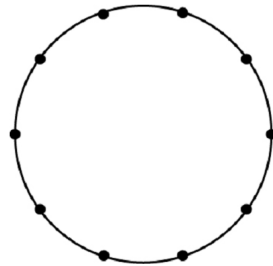
(가) $f(2) = 5$
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$
 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$

- ① 14 ② 16 ③ 18
 ④ 20 ⑤ 22

11. $(1+ax)^6$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 192일 때, x^3 의 계수는? (단, a 는 상수이다.)
 ① 130 ② 140 ③ 150
 ④ 160 ⑤ 170

12. 부등식 $2000 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n < 3000$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?
 ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

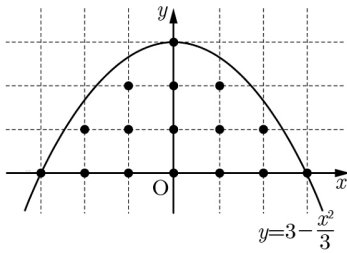
13. 그림과 같이 원주 위를 10등분 한 10개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률은?



- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

14. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 x 좌표가 같을 때, 이 두 점의 x 좌표가 1일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

(가) a, b 는 정수이다. (나) $0 \leq b \leq 3 - \frac{a^2}{3}$



- ① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

15. 표본공간 S 의 부분집합인 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고 $P(A) = 3P(B) = \frac{5}{7}$ 일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{8}{21}$
④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

16. 집합 $X = \{p \mid 1 \leq p \leq 100, p \text{는 자연수}\}$ 에서 임의로 하나의 정수 a 를 꺼냈을 때, 이차방정식 $12x^2 - ax - a^2 = 0$ 이 적어도 하나의 정수해를 가질 확률은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{23}{50}$ ③ $\frac{12}{25}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{29}{50}$

서술형

17. 부모 2명과 아들 2명, 딸 2명으로 구성된 가족이 사진을 찍으려고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 부모가 이웃하여 일렬로 사진을 찍는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(2) 남자끼리 서로 이웃하지 않게 일렬로 사진을 찍는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(3) 부모가 양 끝에 서서 일렬로 사진을 찍는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(4) 앞 줄에는 엄마와 자녀 2명, 뒷줄에는 아빠와 자녀 2명이 서서 사진을 찍는 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

정답

18. 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수를 구하는 과정을 서술하시오.

19. 단팥빵, 크림빵, 야채빵이 각각 3개, 2개, 1개가 담겨 있는 접시가 있다. A , B , C 세 사람이 접시에 담겨 있는 빵을 임의로 1개씩 먹을 때, A 와 B 는 같은 종류의 빵을 먹고, C 는 A 와 B 가 먹은 빵과 다른 종류의 빵을 먹을 확률을 구하시오.

20. 길이가 1인 선분을 임의로 세 선분으로 나눈다. 나누어진 세 선분으로 삼각형을 만들 수 있을 확률을 구하시오.

정답 및 풀이

1) ④

(i) 천의 자리의 숫자가 1인 경우

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 3가지씩이므로 만들 수 있는 네

자리 자연수는 $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

(ii) 천의 자리의 숫자가 2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2의 2가지
십의 자리, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 3가지씩이므로 만들 수 있는 네 자리 자연
수는 $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$27 + 18 = 45$$

2) ②

4개의 문자열은 다음과 같다.

$a \square \square \square$ 인 경우의 수는 ${}_5P_3 = 5^3 = 125$

$ba \square \square$ 인 경우의 수는 ${}_5P_2 = 5^2 = 25$

$bb \square \square$ 인 경우의 수는 ${}_5P_2 = 5^2 = 25$

$bc \square \square$ 인 경우의 수는 ${}_5P_2 = 5^2 = 25$

$bdaa, bdab, bdac, bdad, bdae$

따라서 205번째에 오는 문자열은 $bdae$ 다.

3) ③

문자 a, a, a, c, c, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3!3!} = 20$$

배열된 문자 사이 및 양 끝의 7자리 중 2자리를 택
하여 문자 b 를 배열하는 경우의 수는 ${}_7C_2 = 21$

따라서 구하는 경우의 수는

$$20 \cdot 21 = 420$$

4) ①

B 의 개수에 따라 분류하면

(i) B 가 2개 쓰일 때

A, B, B, C 를 설치하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

A, A, B, B, C 를 설치하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

(ii) B 가 3개 쓰일 때

A, B, B, B, C 를 설치하는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!} = 20$

A, A, B, B, B 를 설치하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!3!} = 10$$

(iii) B 가 4개 쓰일 때

A, B, B, B, B 를 설치하는 경우의 수는 $\frac{5!}{4!} = 5$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$$30 + 30 + 20 + 10 + 5 = 95$$

5) ②

(i) 시계 방향 9회 이동하는 경우의 수는 1가지

(ii) 시계 방향 6회, 시계 반대 방향 3회 이동하는 경우의

$$\text{수는 } \frac{9!}{6!3!} = 84$$

(iii) 시계 방향 3회, 시계 반대 방향 6회 이동하는 경우의

$$\text{수는 } \frac{9!}{3!6!} = 84$$

(iv) 시계 반대 방향 9회 이동하는 경우의 수는 1가지

(i)~(iv)에 의해 구하는 경우의 수는

$$1 + 84 + 84 + 1 = 170$$

6) ④

6명을 원형으로 배열하는 방법의 수는

$$(6-1)! = 5! = 120$$

정삼각형 모양의 탁자에서는 원형으로 배열하는 한
가지 방법에 대하여 서로 다른 경우가 2가지씩

존재하므로 $a = 2 \cdot 120 = 240$

직사각형 모양의 탁자에서는 원형으로 배열하는
한 가지 방법에 대하여 서로 다른 경우가

3가지씩 존재하므로 $b = 3 \cdot 120 = 360$

정육각형 모양의 탁자에 6명을 배열하는 방법의 수
는 원형으로 배열하는 방법의 수와 같으므로

$$c = 120$$

7) ①

부부 2명을 한 사람으로 생각하면 3명이 원탁에 둘
러앉는 방법의 수는

$$(3-1)! = 2! = 2$$

부부끼리 자리를 바꾸는 방법의 수가 각각 2!이므로
구하는 방법의 수는

$$2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 16$$

8) ④

$x+y=7$ 을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수는 서
로 다른 2개에서 중복을 허락하고 7개 뽑는 중복조
합의 수와 같으므로 그 순서쌍의 개수는

$${}_2H_7 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$$

이때 $z+w=8$ 을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수
는 서로 다른 2개에서 중복을 허락하고 8개

뽑는 중복조합의 수와 같으므로 그 순서쌍의 개수는

$${}_2H_8 = {}_9C_8 = {}_9C_1 = 9$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$8 \cdot 9 = 72$$

9) ③

물냉면의 수를 x , 비빔냉면의 수를 y 라 하면

$x+y=5, x, y \geq 0$ 이므로 이를 만족하는 순서쌍 (x, y)

의 개수는 ${}_2H_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1$ 이다.

10) ④

$f(2)$ 는 5로 고정되어 있다. $f(1) \leq f(2)$

이므로 $f(1)$ 은 4 또는 5가 가능하고, 5, 6, 7, 8에서 중복을 허용하여 2개를 고르면 크기 순서에 의해 $f(3), f(4)$ 가 결정된다.

$\therefore {}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$ 가지가 가능하므로 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는 $2 \times 10 = 20$ 개다.

11) ④

$(1+ax)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_r (ax)^r = {}_6C_r a^r x^r$$

x^5 항은 $r=5$ 이므로

$$x^5 \text{의 계수는 } {}_6C_5 a^5 = 192, a^5 = 32$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 x^3 의 계수는 $r=3$ 이므로

$${}_6C_3 2^3 = 160$$

12) ④

$${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n \text{ 이므로}$$

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n - 1$$

따라서 주어진 식은 $2000 < 2^n - 1 < 3000$

$$2^{10} = 1024, 2^{11} = 2048, 2^{12} = 4096 \text{ 이므로}$$

$$n = 11$$

13) ⑤

10개의 점에서 지름은 5개이니

한 지름에 직각삼각형은 8개가 그려진다.

그러므로 직각삼각형이 될 확률은 $\frac{8 \times 5}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{3}$ 이다.

14) ②

주어진 조건에서 x 좌표가 1인 점은

$(1,0), (1,1), (1,2)$ 3가지 경우이고

x 좌표가 같은 두 점은

$(-2,0), (-2,1), \dots, (2,0), (2,1)$ 14가지이니

구하는 확률은 $\frac{3}{14}$ 이므로 $p+q=17$

15) ⑤

$$P(A^c \cap B) = 0 \therefore P(A \cup B) - P(A) = 0$$

$$P(A \cap B^c) = P(A \cup B) - P(B)$$

$$= P(A) - P(B) = \frac{5}{7} - \frac{5}{21} = \frac{10}{21}$$

이다.

16) ④

$$12x^2 - ax - a^2 = 0 \text{에서 } (4x+a)(3x-a) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{a}{4} \text{ 또는 } x = \frac{a}{3}$$

a 가 4의 배수인 경우의 수는 25개

3의 배수인 경우의 수는 33개

12의 배수인 경우의 수는 8

따라서 주어진 이차방정식이 정수해를 갖기 위한 a 의 값의 개수는 $25 + 33 - 8 = 50$ 이므로 구하는 확률은

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

17) (1) 240 (2) 144 (3) 48 (4) 216

(1) 부모를 묶어서 한사람으로 보면 모두 5명 이므로 이 5명을 일렬로 세우는 경우는 모두 $5!$ 이고, 그 각각에 대하여 묶음 속의 부모를 세우는 경우는 $2!$ 이므로 구하는 경우의 수는 $5! \times 2! = 240$

(2) 여자 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3!$ 이고, 그 각각에 대하여 양끝 및 여자 사이의 4개의 자리 중에 3개의 자리에 남자 3명을 세우는 경우의 수는 ${}_4P_3 = 24$ 이므로 구하는 경우의 수는 $3! \times {}_4P_3 = 144$

(3) 부□□□□모 이거나 모□□□□부 이므로 부모 사이에 아들 2, 딸 2명을 일렬로 배열한 경우의 수와 같다.
 $2 \times 4! = 48$

(4) 앞줄에 엄마와 함께 사진 찍을 자녀를 선택하는 방법의 수는 ${}_4C_2 = 6$ 이다.

앞줄에 엄마와 자녀 2명이 서는 경우의 수는 $3!$, 뒷줄에 아빠와 자녀 2명이 서는 경우의 수는 $3!$ 이므로 구하는 경우의 수는 ${}_4C_2 \times 3! \times 3! = 216$

18) 315

같은 종류의 흰색 탁구공 8개를 3명의 학생에게 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$

같은 종류의 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$

따라서 구하는 경우의 수는 $21 \cdot 15 = 315$

$$19) \frac{13}{60}$$

조건을 만족시키는 경우는 다음과 같다.

A	B	C	확률
단팥빵	단팥빵	크림빵	$\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{12}{120}$
단팥빵	단팥빵	야채빵	$\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{120}$
크림빵	크림빵	단팥빵	$\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{120}$
크림빵	크림빵	야채빵	$\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{120}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{12+6+6+2}{120} = \frac{26}{120} = \frac{13}{60}$$

$$20) \frac{1}{4}$$

세 선분을 $x, y, 1-x-y$ 라 하면

$x > 0, y > 0, 1-x-y > 0$ 이고

$$x < y+1-x-y, \quad x < \frac{1}{2}$$

$$y < x+1-x-y, \quad y < \frac{1}{2}$$

$$1-x-y < x+y, \quad y > -x + \frac{1}{2}$$

따라서 만족하는 영역의 넓이가 $\frac{1}{8}$ 이고

전체 넓이가 $\frac{1}{2}$ 이므로 나누어진 세 선분으로 삼각형을 만들

수 있는 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.