

수학 영역

정답

1	①	2	⑤	3	⑤	4	④	5	⑤
6	②	7	①	8	③	9	④	10	④
11	①	12	③	13	①	14	①	15	②
16	③	17	②	18	④	19	⑤	20	②
21	⑤	22	20	23	13	24	6	25	10
26	7	27	23	28	15	29	162	30	35

해설

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$$A+B=(x^2-xy+y^2)+(x^2+xy-y^2)=2x^2$$

2. [출제의도] 복소수 계산하기

$$(1+2i)+(1+i)=(1+1)+(2+1)i=2+3i$$

$$a=2, b=3$$

따라서 $a+b=5$

3. [출제의도] 이차부등식 계산하기

이차부등식 $(x-1)(x-5) \leq 0$ 의 해가

$1 \leq x \leq 5$ 이므로 자연수 x 의 개수는 5

4. [출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기

이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 판별식을

$$D$$
라 하면 $D=4^2-4 \times 1 \times a=16-4a \geq 0$

$a \leq 4$ 이므로 자연수 a 의 개수는 4

5. [출제의도] 나머지정리 이해하기

다항식 $P(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$P(x)=(x^2+2x-3)Q(x)+2x+5 \\ = (x-1)(x+3)Q(x)+2x+5$$

따라서 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는
나머지정리에 의하여 $P(1)=2+5=7$

6. [출제의도] 항등식 이해하기

x 에 대한 항등식

$$a(x+1)^2+b(x-1)^2=5x^2-2x+5$$
에

$x=1$ 을 대입하면

$$4a=8, a=2$$

$x=-1$ 을 대입하면

$$4b=12, b=3$$

따라서 $ab=6$

7. [출제의도] 복소수 이해하기

등식 $2z+\bar{z}=3+5i$ 에 $z=a+bi$, $\bar{z}=a-bi$ 를
대입하면 $2(a+bi)+(a-bi)=3+5i$

$$3a+bi=3+5i$$

$$a=1, b=5$$

따라서 $a+b=6$

8. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제 해결하기

직선 $2x+3y+6=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여
대칭이동한 직선의 방정식은 $3x+2y+6=0$
따라서 y 절편은 -3

9. [출제의도] 인수분해 이해하기

$$x^2+x=X$$
라 하면

$$(x^2+x)(x^2+x+1)-6$$

$$=X(X+1)-6=X^2+X-6$$

$$=(X-2)(X+3)=(x^2+x-2)(x^2+x+3)$$

$$=(x+2)(x-1)(x^2+x+3)$$

$$a=1, b=3$$

따라서 $a+b=4$

10. [출제의도] 평행이동 이해하기

원 $x^2+y^2=16$ 을 x 축의 방향으로 4만큼
평행이동한 원의 방정식은

$$(x-4)^2+y^2=16 \quad \cdots \textcircled{1}$$

점 $(4, a)$ 가 $\textcircled{1}$ 위의 점이므로

$$a^2=16$$

$$a=4 \text{ 또는 } a=-4$$

$a>0$ 이므로 $a=4$

11. [출제의도] 직선의 방정식 이해하기

두 점 $A(-1, a)$, $B(1, 1)$ 을 지나는

$$\text{직선의 방정식은 } y-1=\frac{1-a}{1-(-1)}(x-1)$$

$$y=\frac{1-a}{2}x+\frac{1+a}{2} \quad \cdots \textcircled{1}$$

점 $C(a, -7)$ 이 $\textcircled{1}$ 위의 점이므로

$$a^2-2a-15=(a-5)(a+3)=0$$

$$a=5 \text{ 또는 } a=-3$$

$a>0$ 이므로 $a=5$

12. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 활용하여
문제 해결하기

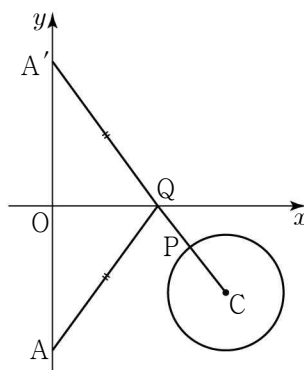
$\angle ABC$ 의 이등분선이 선분 AC 의 중점을
지나므로 삼각형 ABC 는 $\overline{BA}=\overline{BC}$ 인
이등변삼각형이다.

$$\overline{BA}=\overline{BC} \text{이므로 } \sqrt{9+a^2}=4$$

$$a=\sqrt{7} \text{ 또는 } a=-\sqrt{7}$$

$a>0$ 이므로 $a=\sqrt{7}$

13. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제 해결하기



점 $A(0, -5)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을
 A' 이라 하면 $A'(0, 5)$

원의 중심을 C 라 하면 $C(6, -3)$

$$\overline{AQ}=\overline{A'Q}, \overline{A'C}=\sqrt{(6-0)^2+(-3-5)^2}=10$$

$$\overline{AQ}+\overline{QP}=\overline{A'Q}+\overline{QP} \geq \overline{A'P} \geq \overline{A'C}-2=8$$

따라서 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은 8

14. [출제의도] 이차함수의 그래프 이해하기

조건 (가)에 의하여 $f(0)=2ab=6$ 이므로

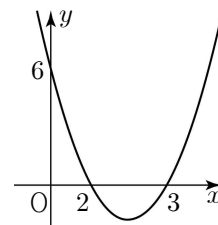
$$ab=3$$

a, b 가 자연수이므로

$$a=1, b=3 \text{ 또는 } a=3, b=1$$

(i) $a=1, b=3$ 일 때

$$f(x)=(x-2)(x-3)$$

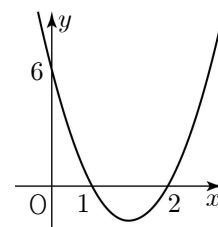


$2 < x \leq 3$ 일 때 $f(x) \leq 0$ 이므로

조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(ii) $a=3, b=1$ 일 때

$$f(x)=3(x-2)(x-1)$$



x 의 값의 범위가 $x > 2$ 일 때, $f(x) > 0$ 이므로

조건 (나)를 만족시킨다.

(i), (ii)에 의하여 $a=3, b=1$

$$f(x)=3(x-2)(x-1)$$

따라서 $f(4)=18$

15. [출제의도] 삼차방정식 이해하기

삼차방정식 $x^3+(k-1)x^2-k=0$ 의 한 허근이
 z 이면 켈레복소수 \bar{z} 도 주어진 삼차방정식의
근이다.

$$x^3+(k-1)x^2-k=(x-1)(x^2+kx+k)=0$$

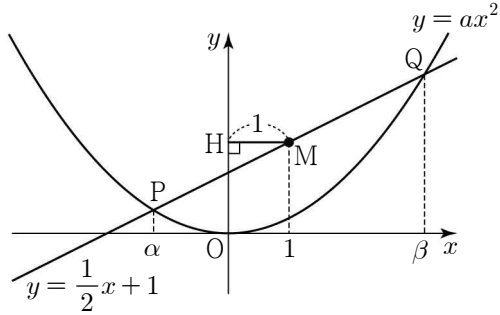
이므로 주어진 삼차방정식의 두 허근 z, \bar{z} 는

이차방정식 $x^2+kx+k=0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $z+\bar{z}=-k=-2$

따라서 $k=2$

16. [출제의도] 이차방정식과 이차함수의 관계를 활용하여 문제 해결하기



$$ax^2 = \frac{1}{2}x + 1 \text{ 에서 } 2ax^2 - x - 2 = 0$$

두 점 P, Q의 x좌표를 각각 α , β ($\alpha < \beta$) 라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2a}, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{a} \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$\text{점 M의 x좌표는 } \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{1}{4a} = 1, \quad a = \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의하여 } \alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = -4$$

$$P\left(\alpha, \frac{\alpha}{2} + 1\right), \quad Q\left(\beta, \frac{\beta}{2} + 1\right) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(\beta - \alpha)^2 + \frac{1}{4}(\beta - \alpha)^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} \sqrt{(\beta - \alpha)^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 5 \end{aligned}$$

따라서 선분 PQ의 길이는 5

17. [출제의도] 나머지정리를 활용하여 추론하기

세 실수 a , b , c 에 대하여

$$P(x) = x^2 + ax + b, \quad Q(x) = x + c \text{ 라 하자.}$$

$$P(x+1) - Q(x+1)$$

$$= \{(x+1)^2 + a(x+1) + b\} - \{(x+1) + c\}$$

$$= (x+1)\{(x+1) + a - 1\} + (b - c)$$

$$= (x+1)(x+a) + (b - c)$$

$$\text{조건 (가)에 의하여 } b = c$$

$$P(x) - Q(x) = x^2 + (a-1)x$$

$$\text{조건 (나)에 의하여 } a = 1 \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$P(x) + Q(x) = x^2 + 2x + 2b$$

$$P(x) + Q(x) \text{ 를 } x-2 \text{로 나눈 나머지가}$$

$$12 \text{ 이므로 } 2b = 4, \quad b = c = 2 \quad \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에 의하여}$$

$$P(x) = x^2 + x + 2, \quad Q(x) = x + 2$$

$$\text{따라서 } P(2) = 8$$

18. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 추론하기

원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = ax$ 가 만나는 점 A의 좌표는

$$A\left(\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}, a \times \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\right) \text{ 이다.}$$

점 A를 지나고 직선 $y = ax$ 에 수직인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 의 방정식은

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{a}\left(x - \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\right) + \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} \\ &= -\frac{1}{a}x + \frac{\sqrt{a^2+1}}{a} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

점 C는 직선 l 과 x 축이 만나는 점이므로

점 C의 좌표는 $C(\sqrt{a^2+1}, 0)$ 이다.

점 D(0, -1)과 직선 AB사이의 거리를

$$d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a^2+1}} \text{ 이고,}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{OC} = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{a^2+1}$$

$$= \frac{\sqrt{a^2+1}}{2} \text{ 이다.}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\sqrt{a^2+1}}{2} \times \sqrt{a^2+1} = \frac{a^2+1}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{S_2}{S_1} = 2$ 를 만족시키는 양수 a 의 값은

$$a = \boxed{\sqrt{3}} \text{ 이다.}$$

그러므로

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}, \quad g(a) = \frac{\sqrt{a^2+1}}{a}, \quad k = \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } f(\sqrt{3}) \times g(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

19. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 활용하여 추론하기

$$\neg. t = 2 \text{ 이므로 } P(2, 1)$$

$$\text{직선 PQ의 방정식은 } y = (x-2) + 1 = x-1$$

점 Q의 x좌표는 1 (참)

$$\neg. \text{ 직선 PQ의 방정식은 } y - \frac{t^2}{4} = \frac{t}{2}(x-t)$$

$$y = \frac{t}{2}x - \frac{t^2}{4} \text{ 에서 } Q\left(\frac{t}{2}, 0\right)$$

직선 PQ의 기울기는 $\frac{t}{2}$ 이고,

$$\text{직선 AQ의 기울기는 } \frac{0-1}{\frac{t}{2}-0} = -\frac{2}{t}$$

$$\frac{t}{2} \times \left(-\frac{2}{t}\right) = -1 \text{ 이므로}$$

두 직선 PQ와 AQ는 서로 수직이다. (참)

\neg . 점 R는 선분 QA를 3:2로 외분하는 점이므로

$$\text{점 R의 x좌표는 } \frac{3 \times 0 - 2 \times \frac{t}{2}}{3-2} = -t$$

$$\text{점 R의 y좌표는 } \frac{3 \times 1 - 2 \times 0}{3-2} = 3$$

$$R(-t, 3) \text{ 이고, 점 R가 이차함수 } y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 의}$$

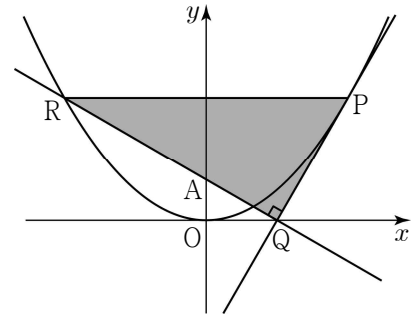
$$\text{그래프 위의 점이므로 } 3 = \frac{1}{4} \times (-t)^2$$

$$t^2 = 12 \text{ 에서 } t > 0 \text{ 이므로 } t = 2\sqrt{3}$$

$$R(-2\sqrt{3}, 3), \quad Q(\sqrt{3}, 0), \quad P(2\sqrt{3}, 3)$$

삼각형 RQP의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{RQ} \times \overline{QP} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \quad (\text{참})$$



따라서 옳은 것은 \neg , \neg , \neg

[다른 풀이]

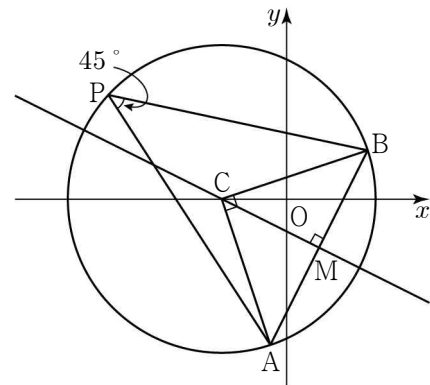
$$\neg. Q(\sqrt{3}, 0), \quad P(2\sqrt{3}, 3) \text{ 이므로}$$

삼각형 AQP의 넓이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

점 R는 선분 QA를 3:2로 외분하는 점이므로 두 삼각형 RQP와 AQP의 넓이의 비는 3:1

그러므로 삼각형 RQP의 넓이는 $6\sqrt{3}$ (참)

20. [출제의도] 원의 방정식을 활용하여 문제 해결하기



호 AB에 대한 원주각이 $\angle APB = 45^\circ$ 이므로

호 AB에 대한 중심각은 $\angle ACB = 90^\circ$

삼각형 ABC는 $\overline{CA} = \overline{CB}$ 인

직각이등변삼각형이다.

주어진 원의 반지름의 길이를 $r = \overline{CA}$ 라 하면

$$\text{삼각형 ABC에서 } \overline{AB}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{CB}^2 = 2r^2$$

$$\text{선분 AB의 길이가 } 6\sqrt{5} \text{ 이므로 } r = 3\sqrt{10}$$

선분 AB의 중점을 M이라 하면

$$\text{점 M의 좌표는 } M(2, -3)$$

직선 AB의 기울기가 2이고

직선 CM은 선분 AB의 수직이등분선이므로

$$\text{직선 CM의 방정식은 } y = -\frac{1}{2}x - 2$$

점 C의 좌표를 $C(2a, -a-2)$ 라 하자.

점 C를 중심으로 하는 원의 방정식은

$$(x-2a)^2 + (y+a+2)^2 = 90$$

$$\text{점 B}(5, 3) \text{ 이 원 위의 점이므로}$$

$$(5-2a)^2 + (5+a)^2 = 90$$

$$5a^2 - 10a - 40 = 0$$

$$a^2 - 2a - 8 = (a-4)(a+2) = 0$$

$$a = 4 \text{ 또는 } a = -2$$

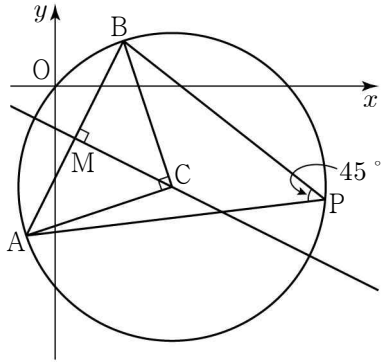
$$C(8, -6) \text{ 또는 } C(-4, 0)$$

$$k = 10 \text{ 또는 } k = 4$$

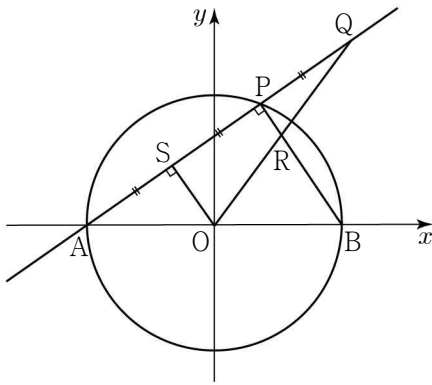
따라서 k 의 최솟값은 4

[참고]

C(8, -6)인 경우는 다음과 같다.



21. [출제의도] 선분의 내분과 외분을 활용하여
문제 해결하기



원의 중심 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 S라 하자.

선분 AP가 원 C의 현이므로 $\overline{AS} = \overline{SP}$

점 Q가 선분 AP를 3:1로 외분하는 점이므로 $\overline{AS} = \overline{SP} = \overline{PQ}$

$\angle APB$ 는 호 AB에 대한 원주각이고,

선분 AB는 원의 지름이므로 $\angle APB = 90^\circ$

두 삼각형 QSO와 QPR에서

$\angle QSO = \angle QPR = 90^\circ$, $\angle Q$ 는 공통이므로

두 삼각형 QSO와 QPR는 닮음비가 2:1인 닮은 도형이다.

그러므로 점 R은 선분 OQ의 중점이다.

삼각형 OBR의 넓이는

$$\frac{9}{26} = \frac{1}{2} \times 1 \times (\text{점 R의 } y \text{ 좌표})$$

점 R의 y좌표는 $\frac{9}{13}$, 점 Q의 y좌표는 $\frac{18}{13}$

점 P는 선분 AQ를 2:1로 내분하는 점이므로

$$\text{점 P의 } y \text{ 좌표는 } \frac{2 \times \frac{18}{13} + 1 \times 0}{2+1} = \frac{12}{13}$$

점 P의 좌표를 $P(a, \frac{12}{13})$ 라 하면

$0 < m < 1$ 이므로 점 P의 x좌표는 양수이고,

점 P는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점이므로 $a = \frac{5}{13}$

점 A를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y = m(x+1)$

점 $P(\frac{5}{13}, \frac{12}{13})$ 는 직선 $y = m(x+1)$ 위의

점이므로 $\frac{12}{13} = m(\frac{5}{13} + 1)$

따라서 $m = \frac{2}{3}$

22. [출제의도] 다항식 계산하기

$$(x^2 + 2x + 5)^2 = x^4 + 4x^3 + 14x^2 + 20x + 25$$

따라서 x의 계수는 20

23. [출제의도] 이차함수의 최대, 최소 이해하기

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 x좌표 2는 주어진 x의 값의 범위에 속한다.

$f(0) = 8$, $f(2) = 4$, $f(5) = 13$ 이므로

$0 \leq x \leq 5$ 일 때, $4 \leq f(x) \leq 13$

따라서 최댓값은 13

24. [출제의도] 이차방정식과 이차함수 이해하기

이차방정식 $x^2 + ax + 9 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 하면 } D = a^2 - 36 = (a-6)(a+6) = 0$$

$a = 6$ 또는 $a = -6$

$a > 0$ 이므로 $a = 6$

25. [출제의도] 원의 방정식 계산하기

원점을 지나는 원의 방정식

$x^2 + y^2 + ax + by = 0$ (a, b 는 상수)이

두 점 (6, 0), (-4, 4)를 지나므로

$$\begin{cases} 36 + 6a = 0 & \cdots \text{㉠} \\ 32 - 4a + 4b = 0 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 + 6a = 0 & \cdots \text{㉠} \\ 32 - 4a + 4b = 0 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡에 의하여 $a = -6$, $b = -14$

구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 6x - 14y = 0$

$$(x-3)^2 + (y-7)^2 = 58$$

원의 중심의 좌표는 (3, 7)

따라서 $p+q=10$

26. [출제의도] 절댓값이 포함된 연립일차부등식
이해하기

$$\begin{cases} 2x+5 \leq 9 & \cdots \text{㉠} \\ |x-3| \leq 7 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+5 \leq 9 & \cdots \text{㉠} \\ |x-3| \leq 7 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x \leq 2$

㉡에서 $-7 \leq x-3 \leq 7$, $-4 \leq x \leq 10$

그러므로 주어진 연립부등식의 해는

$$-4 \leq x \leq 2$$

따라서 정수 x의 개수는 7

27. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를
활용하여 문제 해결하기

두 원 C_1, C_2 의 중심을 각각 O_1, O_2 ,

두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이를

각각 r_1, r_2 라 하자.

점 $O_1(-6, 0)$ 에서 직선 l에 내린

수선의 발을 R, 점 $O_2(5, -3)$ 에서 직선 l에

내린 수선의 발을 S라 하면

직선 O_1R 과 직선 l이 서로 수직이므로

직선 O_1R 의 방정식은 $y = -x - 6$

직선 l과 직선 O_1R 가 만나는 점의 좌표는

$$R(-2, -4)$$

직선 O_2S 와 직선 l이 서로 수직이므로

직선 O_2S 의 방정식은 $y = -x + 2$

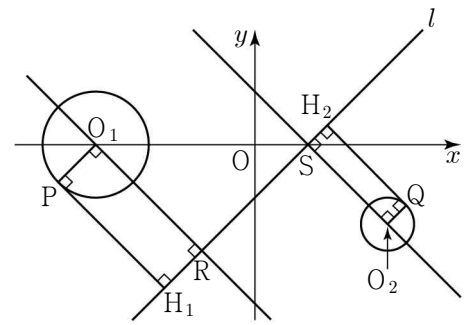
직선 l과 직선 O_2S 가 만나는 점의 좌표는

$$S(2, 0)$$

$$\overline{RS} = \sqrt{(2+2)^2 + (0+4)^2} = 4\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

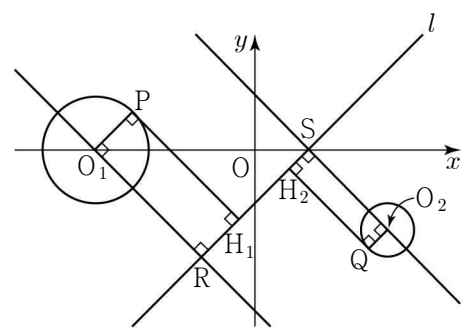
선분 H_1H_2 의 길이의 최댓값 M은

$$M = \overline{RS} + r_1 + r_2 = 4\sqrt{2} + 3$$



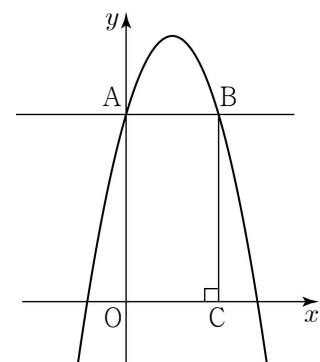
선분 H_1H_2 의 길이의 최솟값 m은

$$m = \overline{RS} - r_1 - r_2 = 4\sqrt{2} - 3$$



따라서 $Mm = 23$

28. [출제의도] 연립부등식을 활용하여 문제
해결하기



점 A가 y축 위의 점이므로 $A(0, k^2 + 4)$

$$-x^2 + 2kx + k^2 + 4 = k^2 + 4 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2kx = x(x-2k) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 2k$$

점 B와 점 C의 좌표는 각각

$$B(2k, k^2 + 4), C(2k, 0)$$

$k > 0$ 이므로

$$g(k) = 2 \times 2k + 2(k^2 + 4) = 2k^2 + 4k + 8$$

$$14 \leq 2k^2 + 4k + 8 \leq 78$$

$$7 \leq k^2 + 2k + 4 \leq 39$$

$$(i) 7 \leq k^2 + 2k + 4$$

$$k^2 + 2k - 3 \geq 0, (k+3)(k-1) \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$k \leq -3 \text{ 또는 } k \geq 1 \cdots \text{㉠}$$

$$(ii) k^2 + 2k + 4 \leq 39$$

$$k^2 + 2k - 35 \leq 0, (k+7)(k-5) \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$-7 \leq k \leq 5 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의하여

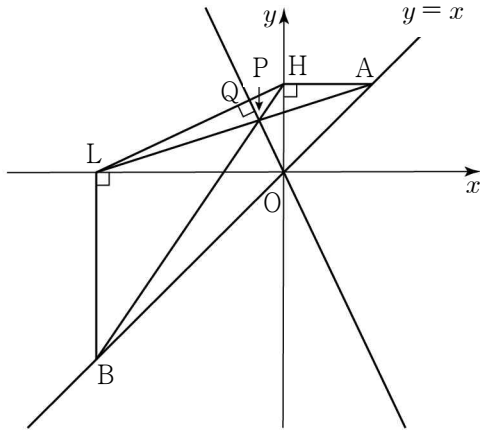
$$-7 \leq k \leq -3 \text{ 또는 } 1 \leq k \leq 5$$

$k > 0$ 이므로 $1 \leq k \leq 5$

따라서 모든 자연수 k의 값의 합은

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

29. [출제의도] 직선의 방정식을 활용하여 문제 해결하기



양수 a 에 대하여

$A(a, a)$, $B(-2a, -2a)$ 라 하면

$H(0, a)$, $L(-2a, 0)$

직선 AL 의 방정식은 $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}a$

직선 BH 의 방정식은 $y = \frac{3}{2}x + a$

점 P 의 좌표는 $P\left(-\frac{2}{7}a, \frac{4}{7}a\right)$

직선 OP 의 방정식은 $y = -2x$

직선 LH 의 방정식은 $y = \frac{1}{2}x + a$

두 직선 LH 와 OP 의 기울기의 곱이 -1 이므로
두 직선은 서로 수직이다.

선분 OL 은 세 점 O , Q , L 을 지나는 원의
지름이고 $OL = 2a$

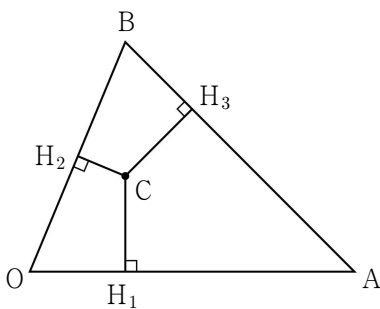
주어진 원의 넓이 $\pi a^2 = \frac{81}{2}\pi$ 에서 $a = \frac{9}{\sqrt{2}}$

$OA = \sqrt{2}a = 9$, $OB = 2\sqrt{2}a = 18$

따라서 $OA \times OB = 162$

30. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를
활용하여 문제 해결하기

점 $C(5, 5)$ 에서 세 선분 OA , OB , AB 에 내린
수선의 발을 각각 H_1 , H_2 , H_3 이라 하자.



점 C 에서 세 꼭짓점과 세 변에 이르는
거리에 따라 원이 삼각형과 만나는 서로 다른
점의 개수가 달라진다.

r 가 CO , CA , CB , CH_1 , CH_2 , CH_3 과
각각 같은 경우만 고려하면 충분하다.

$CO = 5\sqrt{2}$, $CA = 13$, $CB = 7$, $CH_1 = 5$

직선 OB 의 방정식은 $12x - 5y = 0$ 이므로

점 C 와 직선 OB 사이의 거리는

$$\overline{CH_2} = \frac{35}{13}$$

직선 AB 의 방정식은 $x + y - 17 = 0$ 이므로

점 C 와 직선 AB 사이의 거리는

$$\overline{CH_3} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{CH_2} < \overline{CH_3} < \overline{CH_1} < \overline{CB} < \overline{CO} < \overline{CA}$$

$\overline{CA} \neq \overline{CB}$ 이므로

점 C 를 중심으로 하는 삼각형 OAB 의
외접원은 존재하지 않는다.

$\overline{CH_1} \neq \overline{CH_2}$ 이므로

점 C 를 중심으로 하는 삼각형 OAB 의
내접원은 존재하지 않는다.

점 C 를 중심으로 하는 원의 반지름의 길이
 r 가 $\overline{CH_2}$, $\overline{CH_3}$, $\overline{CH_1}$, \overline{CB} , \overline{CO} , \overline{CA} 와
각각 같은 경우는 다음과 같다.

$r = \overline{CH_2}$	$r = \overline{CH_3}$
한 점에서만 만난다.	세 점에서만 만난다.
$r = \overline{CH_1}$	$r = \overline{CB}$
다섯 점에서만 만난다.	다섯 점에서만 만난다.
$r = \overline{CO}$	$r = \overline{CA}$
세 점에서만 만난다.	한 점에서만 만난다.

r 가 $\overline{CH_3}$, \overline{CO} 와 각각 같을 때 원과
삼각형이 서로 다른 세 점에서만 만난다.

따라서 점 C 를 중심으로 하고 반지름의 길이가
 r 인 원이 삼각형 OAB 와 서로 다른 세 점에서
만 만나도록 하는 모든 r 의 값의 곱은

$$\frac{7\sqrt{2}}{2} \times 5\sqrt{2} = 35$$