1. 0에서 6까지의 정수를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 짝수의 개수는?

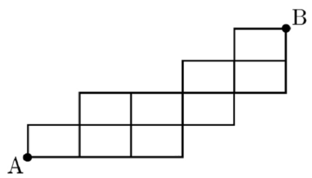
① 60 ② 420 ③ 450
④ 480 ⑤ 510

2. 집합 $X=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 X로의 함수 f의 개수는?

X의 임의의 원소 x에 대하여 $\{f(x)\}^2=4$

① 4 ② 10 ③ 17
④ 25 ⑤ 32

3. 다음 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 B까지 도로를 따라 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 가로 방향 도로와 세로 방향 도로는 각각 서로 평행하다.)



① 35 ② 39 ③ 42
④ 47 ⑤ 57

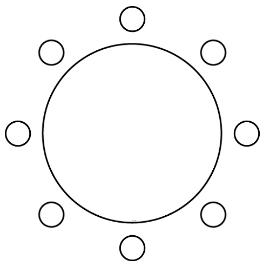
4. A, B, C, D, E, F의 6명이 일렬로 줄을 설 때, A가 B와 C 보다 앞에서는 경우의 수를 구하면?

① 120 ② 240 ③ 360
④ 480 ⑤ 720

5. 8단으로 된 계단을 한 걸음에 1단 또는 2단 씩 올라간다면, 이 계단을 오르는 방법의 수를 구하면?

① 30 ② 32 ③ 34
④ 36 ⑤ 38

6. 그림과 같이 일정한 간격으로 8개의 자리가 배치되어 있는 원형의 테이블이 있다. 이 테이블에 남자 4명, 여자 4명이 앉을 때, 모든 여자의 맞은편에 각각 남자가 마주보고 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 한다.)



① 960 ② 1008 ③ 1056
④ 1104 ⑤ 1152

7. 여학생 3명과 남학생 4명이 원형 식탁에 둘러앉을 때, 여학생끼리는 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 24　② 96　③ 144
④ 696　⑤ 720

8. 서로 다른 4종류의 과일이 종류별로 각각 3개씩 있는 과일가게에서 5개의 과일을 구매하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않으며, 구매하지 않는 과일이 있을 수 있다.)

① 24　② 28　③ 40
④ 52　⑤ 80

9. 집합 $X=\{1,2\}$에서 집합 $Y=\{1,2,3\}$으로의 함수 f에 대하여, $f(1)\le f(2)$를 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

10. 등식 ${}_3H_r={}_8C_2$을 만족시키는 상수 r의 값은?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

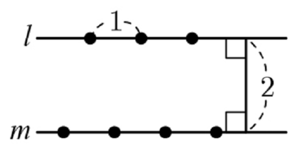
11. 다항식 $(1-x)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 15일 때, 자연수 n의 값은?

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

12. 11^{41}의 일의 자릿수를 a, 십의 자릿수를 b, 백의 자릿수를 c라 할 때, $3a+2b+c$의 값은?

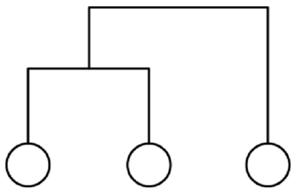
① 6　② 9　③ 12
④ 15　⑤ 18

13. 다음 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 3개, 4개의 점이 있고, 이웃하는 두 점 사이의 거리는 1, 두 직선 사이의 거리는 2이다. 이 중에서 임의로 3개의 점을 택하여 이 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 삼각형의 넓이가 2 미만일 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)라고 하면, $p+q$의 값은?



① 27　② 35　③ 47
④ 54　⑤ 67

14. A, B, C 세 사람이 다음 그림과 같은 대진표에 따라 임의로 배정되어 시합을 한다. A가 부전승으로 우승할 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)라고 할 때, $p+q$의 값을 구하면? (단, A가 B를 이길 확률은 $\frac{1}{2}$, B가 C를 이길 확률은 $\frac{2}{5}$, C가 A를 이길 확률은 $\frac{3}{5}$이고 비기는 경우는 없다.)



① 45 ② 65 ③ 77
④ 86 ⑤ 94

15. 100 이하의 모든 자연수 k에 대하여 이차방정식 $6x^2-5kx+k^2=0$을 만든다. 만들어진 이차방정식 중 임의로 선택한 이차방정식이 적어도 하나의 정수해를 가질 확률은?

① $\frac{16}{25}$ ② $\frac{13}{20}$ ③ $\frac{33}{50}$
④ $\frac{67}{100}$ ⑤ $\frac{17}{25}$

16. 서랍 속에 검은색 양말 1짝, 파란색 양말 6짝, 노란색 양말 3짝이 들어 있다. 이 서랍 속에서 임의로 두 짝의 양말을 동시에 꺼낼 때, 서로 다른 색의 양말이 나올 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

17. 서로 다른 세 개의 주사위 A, B, C를 동시에 한 번 던졌을 때, 나온 눈의 수를 각각 이 순서대로 a, b, c라고 하자. 이 때, $(a-b)^2+(b-c)^2>0$일 확률은?

① $\frac{31}{36}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{11}{12}$
④ $\frac{17}{18}$ ⑤ $\frac{35}{36}$

18. 서로 다른 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 4번 반복할 때, 뒷면이 모두 나오는 사건이 3번 나올 확률은?

① $\frac{3}{256}$ ② $\frac{3}{64}$ ③ $\frac{27}{128}$
④ $\frac{27}{64}$ ⑤ $\frac{15}{256}$

19. 비기는 경우가 없고 이길 확률이 같은 두 사람이 게임을 하여 6번 먼저 이기는 사람이 상금을 전부 갖기로 하였다. 7번의 게임 결과 A가 4번, B가 3번 이겼을 때, B가 상금을 전부 가질 확률은?

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$
④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

20. 다음 중 확률이 0이 아닌 두 사건 A, B에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 사건 A와 B가 서로 독립이면 사건 A와 B^C도 서로 독립이다.

② 사건 A와 B^C가 서로 독립이면 사건 A^C와 B^C도 서로 독립이다.

③ 사건 A와 B가 서로 독립이면 $P(A \mid B^C) = P(A \mid B)$이다.

④ 사건 A와 B가 서로 배반사건이면 사건 A와 B는 서로 독립이다.

⑤ 사건 A와 B가 서로 독립이면
$\{1-P(A)\}\{1-P(B)\} = 1-P(A \cup B)$이다.

서술형

21. 크기가 같은 ♥ 모양의 스티커 3장, ★ 모양의 스티커 2장, ◆ 모양의 스티커 1장 중에서 4장의 스티커를 골라 다음과 같이 배열하려고 한다.

♥♥★★, ♥★♥◆, ♥★★◆, ⋯

이때 만들 수 있는 모든 배열의 수를 구하고, 그 풀이과정을 서술하시오.

22. 1, 2, 3, 4, 5의 다섯 개의 숫자에서 중복을 허락하여 여섯 자리의 자연수를 만들 때, 5만 2개 이상 포함하고 5끼리는 이웃하지 않을 확률을 구하시오.

23. 집합 $A=\{x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5\}$에서 집합 A로의 일대일 대응인 함수 전체의 집합을 S라 하자. 집합 S의 원소 중 임의로 하나를 택하는 시행에서 택한 함수 f가 $f(f(x_1))=x_1$을 만족할 때, $f(x_i)\neq x_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$일 확률을 구하시오.

24. 지효네 반은 안경 쓴 여학생 12명, 안경을 안 쓴 여학생 4명, 안경을 쓴 남학생 18명, 안경을 안 쓴 남학생 x명으로 구성되어 있다. 지효네 반 학생들 중 한 명을 임의로 뽑을 때, 뽑힌 학생이 여학생인 사건을 A, 안경을 쓴 학생인 사건을 B라고 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, x의 값을 구하시오.

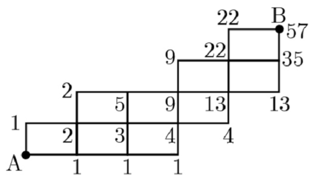
25. 흰 공 4개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니 속에서 A가 먼저 3개의 공을 꺼내고 난 다음 B가 2개의 공을 꺼낼 때, A, B 두 사람이 같은 개수의 흰 공을 꺼낼 확률을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

정답 및 풀이

1) ②
일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4 또는 6일 때 짝수가 된다.
(ⅰ) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 6가지
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지
이므로 이때의 짝수의 개수는 $6\times5\times4=120$
(ⅱ) 일의 자리의 숫자가 2 또는 4 또는 6인 경우
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지
이므로 이때의 짝수의 개수는
$3\times(5\times5\times4)=300$
따라서 구하는 짝수의 개수는 $120+300=420$

2) ⑤
X의 임의의 원소 x에 대하여
$f(x)=2$ 또는 $f(x)=-2$
따라서 구하는 함수 f의 개수는 ${}_2\Pi_5=2^5=32$

3) ⑤



따라서 구하는 최단 거리의 수는 57이다.

4) ②
A, B, C의 순서가 고정되어 있으므로 A, B, C를 모두 X로 생각하여 6개의 문자를 일렬로 나열한 후 첫 번째 X는 A, 두 번째 또는 세 번째에 B와 C를 세우면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는
$\frac{6!}{3!}\cdot 2!=240$

5) ③
1단씩 x번 오르고, 2단씩 y번 오른다고 하면
$x+2y=8\ (x\geq0,\ y\geq0)$
(ⅰ) 2단씩 0번 오르는 경우
$x=8,\ y=0$일 때 1가지
(ⅱ) 2단씩 1번 오르는 경우 $x=6,\ y=1$
$\therefore \frac{7!}{6!}=7$(가지)
(ⅲ) 2단씩 2번 오르는 경우 $x=4,\ y=2$
$\therefore \frac{6!}{4!2!}=15$(가지)
(ⅳ) 2단씩 3번 오르는 경우 $x=2,\ y=3$
$\therefore \frac{5!}{2!3!}=10$(가지)
(ⅴ) 2단씩 4번 오르는 경우
$x=0,\ y=4$일 때 1가지
따라서 구하는 방법의 수는
$1+7+15+10+1=34$(가지)

6) ⑤
4명의 여자를 A, B, C, D라 하자.
A가 자리를 택하는 경우의 수는 1
B가 자리를 택하는 경우의 수는 A가 앉은 자리의 맞은편 자리를 제외한 6자리 중 한 자리를 택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_6C_1=6$
C가 자리를 택하는 경우의 수는 A, B가 앉은 자리의 맞은편 자리를 제외한 4자리 중 한 자리를 택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4C_1=4$
D가 자리를 택하는 경우의 수는 A, B, C가 앉은 자리의 맞은편 자리를 제외한 2자리 중 한 자리를 택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_2C_1=2$
각 여자의 맞은편 자리에 남자 4명이 택하는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $1\cdot6\cdot4\cdot2\cdot24=1152$

7) ③
남학생 4명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(4-1)!=3!=6$
남학생과 남학생 사이의 4개의 자리 중에서 3개를 택하여 여학생을 앉히는 방법의 수는 ${}_4P_3=24$
따라서 구하는 방법의 수는
$6\cdot24=144$

8) ③
서로 다른 4종류의 과일을 a, b, c, d라 하자.
구하는 경우의 수는 $a+b+c+d=5$,
$0\leq a, b, c, d\leq3$을 만족시키는 순서쌍
(a, b, c, d)의 개수와 같다.
따라서 ${}_4H_5-4\times{}_4H_1={}_8C_5-16=56-16=40$

9) ①
공역에서 중복을 허용하여 두 개를 고르면,
$f(1)\leq f(2)$이므로 크기 순서에 의해 $f(1)$과 $f(2)$가 결정된다. $\{1, 2, 3\}$중에서 중복을 허용하여 두 개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_2$이므로 함수 f의 개수는 ${}_3H_2$
$={}_4C_2=6$개다.

10) ⑤
${}_nH_r={}_{n+r-1}C_r$이므로 ${}_3H_r={}_{r+2}C_r={}_rC_2$이다.
$\therefore {}_{r+2}C_2={}_8C_2$이므로 $r=6$이다.

11) ④

$(1-x)^n$의 전개식의 일반항은

${}_nC_r(-x)^r = {}_nC_r(-1)^r x^r$

따라서 x^2의 계수가 15에서 $r=2$이므로

${}_nC_2(-1)^2=15 \quad \therefore n=6$

12) ②

$11^{41} = (1+10)^{41}$

$={}_{41}C_0+{}_{41}C_1\cdot 10+{}_{41}C_2\cdot 10^2+{}_{41}C_3\cdot 10^3+\cdots+{}_{41}C_{41}\cdot 10^{41}$

$=1+410+82000+(\text{자연수})\times 10^3$

따라서 11^{41} 의 일의 자리, 십의 자리, 백의 자리

숫자는 $a=1,\ b=1,\ c=4$

$\therefore 3a+2b+c=9$

13) ③

높이는 2로 결정 되었으니

밑변길이가 1이면 삼각형의 넓이가 2미만이 된다.

세 점이 선택되어 삼각형이 만들어 지는 경우는

두 직선에서 각각 세 점을 선택하는 경우를 빼면

${}_7C_3-1-4=30$이고

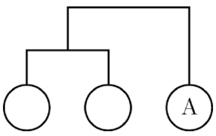
밑변길이가 1인 삼각형은

두 직선에서 각각 선택하는 경우로

구해야 하는 확률은 $\dfrac{9+8}{30}=\dfrac{17}{30}$ 이 된다.

14) ④

A가 부전승으로 올라가는 경우는 다음 그림과 같다.



즉, A가 B를 이길 경우 와 A가 C를 이길 경우의 확률이니

$\dfrac{1}{{}_3C_2\times 1}\left(\dfrac{2}{5}\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{5}\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{11}{75}$ 가 된다.

15) ④

이차방정식을 인수분해하면

$(2x-k)(3x-k)=0 \ \therefore x=\dfrac{k}{2},\ \dfrac{k}{3}$가 적어도 하나의 정수해가

되려면 2의 배수 또는 3의 배수인 k가 되면 되니

구해야 하는 확률은

$\dfrac{50}{100}+\dfrac{33}{100}-\dfrac{16}{100}=\dfrac{67}{100}$이다.

16) ③

구하는 확률은 전체에서 모두 같은 색의 양말이 나오는 확률을 빼어

$1-\dfrac{{}_6C_2+{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{3}{5}$이다.

17) ⑤

전체에서$a=b=c$인 경우의 확률을 빼면

$1-\dfrac{6}{6\times 6\times 6}=\dfrac{35}{36}$이 된다.

18) ②

서로 다른 2개의 동전을 던졌을 때 모두 뒷면이 나올

확률은 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$이므로 구하는 확률은

${}_4C_3\left(\dfrac{1}{4}\right)^3\left(\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{3}{64}$

19) ⑤

B가 상금을 전부 가지려면 나머지 3회동안

B가 연속으로 3번 이기던가 아니면

A가 한번이기고 B가 2번을 이기고 맨 마지막에

B가 이기면 된다.

따라서 구해야 하는 확률은 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+3\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{7}{16}$

이다.

20) ④

④ A, B가 배반사건이면 $P(A\cap B)=0$이므로

$P(A\cap B)=0\neq P(A)P(B)$

따라서 A, B는 독립사건이 아니다. (거짓)

21) 38

스티커를 배열하는 경우의 수는 다음과 같다.

♥모양의 스티커 개수	★모양의 스티커 개수	◆모양의 스티커 개수	경우의 수
3	1	0	$\dfrac{4!}{3!}=4$
3	0	1	$\dfrac{4!}{3!}=4$
2	2	0	$\dfrac{4!}{2!2!}=6$
2	1	1	$\dfrac{4!}{2!}=12$
1	2	1	$\dfrac{4!}{2!}=12$

따라서 구하는 경우의 수는 $4+4+6+12+12=38$

22) $\dfrac{2816}{5^6}$

(ⅰ) 5를 2개 포함되는 경우

5를 이웃하지 않게 나열하는 방법의 수는 10

남은 4자리에 남은 4개의 숫자를 나열하는 방법 의 수는 4^4

이므로 $10\times 4^4=2560$

(ⅱ) 5를 4개 포함되는 경우

5를 이웃하지 않게 나열하는 방법의 수는 4
남은 3자리에 남은 4개의 숫자를 나열하는 방법의 수는 4^3
이므로 $4\times4^3=256$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2560+256}{5^6}=\frac{2816}{5^6}$

23) $\frac{1}{6}$

$x_1\to x_1\to x_1$으로 대응되는 경우의 수는 $4!=24$
$x_1\to(x_1$이 아닌 수 $)\to x_1$으로 대응되는 경우의 수는
$4\times3!=24$
이므로 $f(f(x_1))=x_1$인 경우의 수는 $24+24=48$
또, $f(f(x_1))=x_1$이고 $f(x_i)\neq x_i$인 경우의 수는
$4\times2=8$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{48}=\frac{1}{6}$

24) $x=6$

$P(A)=\frac{16}{34+x}$, $P(B)=\frac{30}{34+x}$, $P(A\cap B)=\frac{12}{34+x}$
A, B가 독립이므로 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$가 성립
$\therefore \frac{12}{34+x}=\frac{16}{34+x}\times\frac{30}{34+x}$ $\therefore x=6$

25) $\frac{3}{10}$

(ⅰ) A, B 두 사람이 흰 공을 1개씩 꺼내는 경우
$\frac{{}_4C_1\cdot{}_4C_2}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_3C_1\cdot{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{24}{56}\cdot\frac{6}{10}=\frac{144}{560}$
(ⅱ) A, B 두 사람이 흰 공을 2개씩 꺼내는 경우
$\frac{{}_4C_2\cdot{}_4C_1}{{}_8C_3}\cdot\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{24}{56}\cdot\frac{1}{10}=\frac{24}{560}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{144}{560}+\frac{24}{560}=\frac{168}{560}=\frac{3}{10}$