

제2교시

수학 영역(나형)



5지선다형

1. $2^{-2} \times \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

2. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B^c$ 의 원소의 개수는? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 5^n}{3^n + 5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

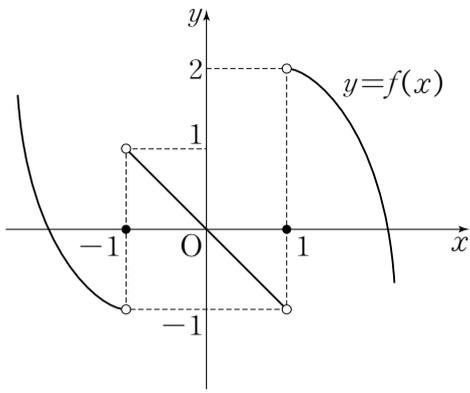
4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{7}{10}, \quad P(B) = 2P(A), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 f 는 일대일 대응이다.
- (나) $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=3$
- (다) $(f \circ f)(4)=1$

$(f \circ f)^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 같은 종류의 꽃 9송이를 같은 종류의 꽃병 3개에 빈 꽃병이 없도록 나누어 꽂는 경우의 수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 - 5x - 24 \leq 0, \quad q: x - a > 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ 8 ⑤ 9

9. 사과 3개, 배 3개, 감 1개를 일렬로 나열할 때, 감이 한 가운데 오도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

10. 어느 지역에서 해수면으로부터의 높이가 h (m)인 지점에서의 기압을 P (hPa)라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 0.999^{\frac{h}{8}}$$

이 지역에서 해수면으로부터의 높이가 2500(m)인 지점에서의 기압을 P_1 (hPa), 해수면으로부터의 높이가 1500(m)인

지점에서의 기압을 P_2 (hPa)라 할 때, $\log \frac{P_1}{P_2}$ 의 값은?

(단, $\log 9.99 = 0.9996$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① -0.2 ② -0.15 ③ -0.1
 ④ -0.05 ⑤ -0.01

11. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값은? [3점]

- ① 218 ② 222 ③ 226
 ④ 230 ⑤ 234

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + ax - 3}{x-1} & (x \neq 1) \\ b & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

[13~14] 두 유리함수

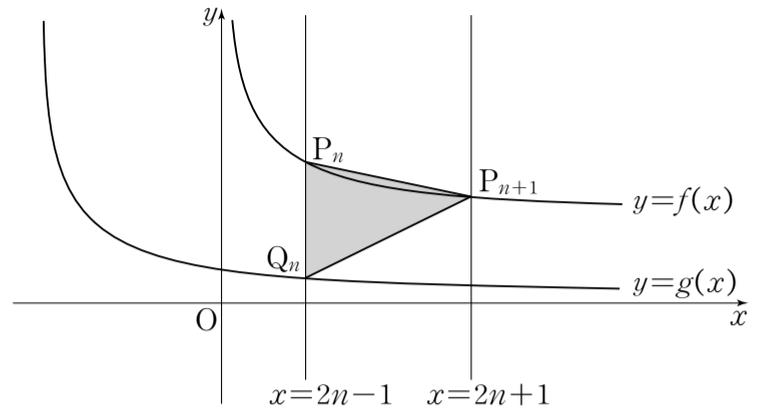
$$f(x) = \frac{3x+2}{x}, \quad g(x) = \frac{2}{x+2}$$

에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 곡선 $y=f(x)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니 곡선 $y=g(x)$ 와 일치하였다. $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이다.) [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

14. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=2n-1$ 이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 할 때, 삼각형 $P_nQ_nP_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} (S_n - 3)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

15. 정의역이 $X=\{1, 2, 3\}$, 공역이 $Y=\{1, 2, 4, 8\}$ 인 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 임의로 선택한 한 함수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(1) \times f(2) = f(3)$ 이 성립할 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{5}{32}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

16. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k (n-k)^2 = \frac{n(n+1)}{2} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = \sum_{k=0}^1 (-1)^k (1-k)^2 = 1, \quad (\text{우변}) = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하고, $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{m+1} (-1)^k (m+1-k)^2 \\ &= \boxed{\text{가}} + \sum_{k=0}^m (-1)^{k+1} (m-k)^2 \\ &= \boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}} \\ &= \boxed{\text{다}} \end{aligned}$$

이다.

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$

이라 할 때, $\frac{f(10) \times g(9)}{h(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 106 ③ 111
④ 116 ⑤ 121

17. 두 양수 x, y 가

$$\log_3 x - \log_{\frac{1}{2}} y = 5, \quad \log_2 x \times \log_3 y = 5$$

를 만족시킬 때, $(\log_3 x)^3 + (\log_2 y)^3$ 의 값은? [4점]

- ① 46 ② 47 ③ 48 ④ 49 ⑤ 50

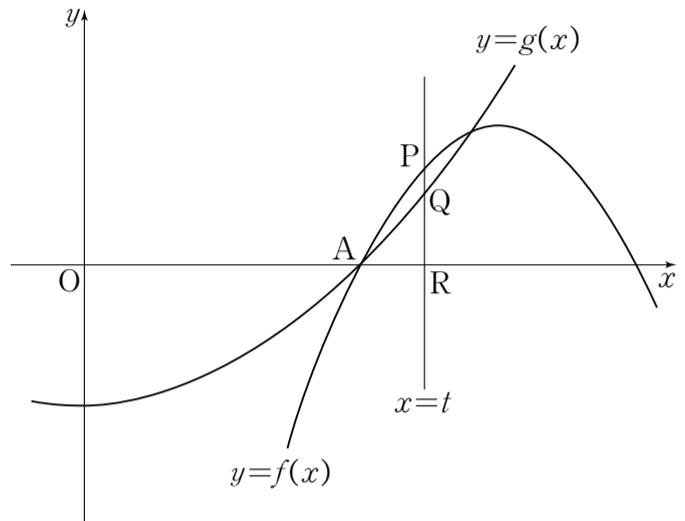
18. 그림은 두 함수 $f(x) = -2(x^2 - 3x + 2)$,

$$g(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$$

의 그래프를 나타낸 것이다. $1 < t < \frac{7}{5}$ 인

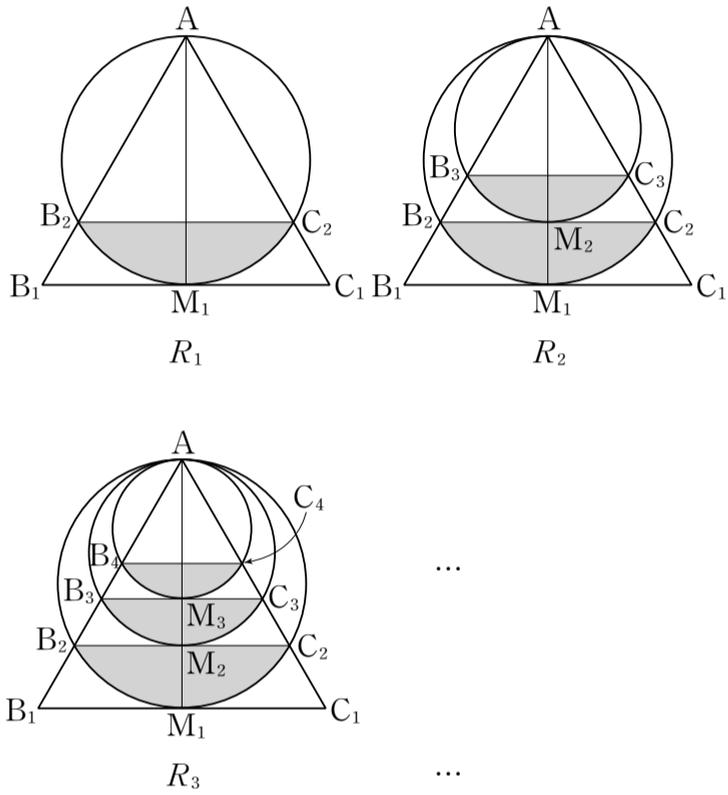
실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 점 A(1, 0)에 대하여 두 삼각형 PAQ, QAR의 넓이를 각각 $S(t)$, $T(t)$ 라

할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{S(t)}{T(t)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 $8\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC_1 이 있다. 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 하고, 선분 AM_1 을 지름으로 하는 원이 두 선분 AB_1 , AC_1 과 만나는 점을 각각 B_2 , C_2 라 할 때, 선분 B_2C_2 와 원으로 둘러싸인 부분 중 작은 부분인 \cap 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 라 하고, 선분 AM_2 를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB_2 , AC_2 와 만나는 점을 각각 B_3 , C_3 이라 할 때, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어 지는 \cap 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{44}{7}(4\pi - 3\sqrt{3})$
- ② $\frac{45}{7}(4\pi - 3\sqrt{3})$
- ③ $\frac{46}{7}(4\pi - 3\sqrt{3})$
- ④ $\frac{47}{7}(4\pi - 3\sqrt{3})$
- ⑤ $\frac{48}{7}(4\pi - 3\sqrt{3})$

20. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -x^3 + 4x & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하지 않다.
 ㄴ. $f'(a)=4$ 를 만족시키는 실수 a 가 존재한다.
 ㄷ. $f'(b)=f'(-b)$ 를 만족시키는 양수 b 가 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + k|x-1|$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 정수 k 의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

단답형

22. 곡선 $y = 3x^2 - x + 2$ 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 a_3 = 72$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + pn} - n} = \frac{1}{20}$ 을 만족시키는 상수 p 의 값을 구하시오. [3점]

26. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2 = 9$ 이고 $a_{101} = 200$ 일 때, $|a_n|$ 이 최소가 되는 자연수 n 의 값을 구하시오. [4점]

25. 다음은 어느 반 학생 30명을 대상으로 세 영화 A, B, C의 관람여부를 조사한 결과이다.

- (가) 모든 학생은 A, B, C 중 적어도 하나의 영화를 보았다.
 (나) A 영화를 본 학생들은 다른 영화를 보지 않았다.
 (다) A, B, C 영화를 본 학생은 각각 9명, 14명, 18명이다.

B 영화만 본 학생의 수를 구하시오. [3점]

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 2 & (x \notin A) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 집합 A 의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 6$
 (나) 어떤 $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = x$ 이다.

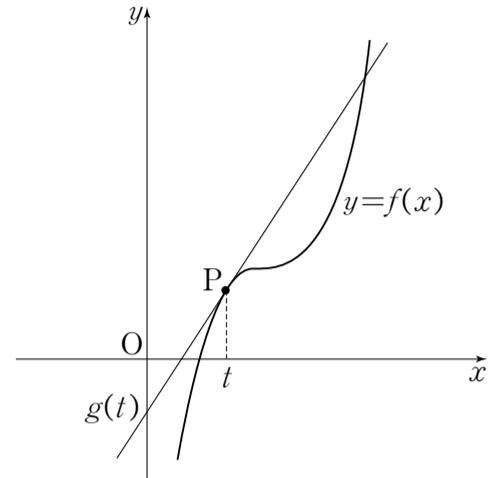
28. 등식

$$a + b + c + 3(x + y + z) = 8$$

을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, x, y, z 의 모든 순서쌍 (a, b, c, x, y, z) 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 정육면체 모양의 상자의 여섯 개의 면에 1, 2, 2, 3, 3, 3의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 정육면체 모양의 상자를 연속하여 두 번 던졌을 때, 각각 나온 윗면에 적혀 있는 두 수의 합이 4 이상일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=(x-a)^3+b$ 의 그래프 위의 점 $P(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 극댓값이 7, 극솟값이 -20 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$ 이고, a, b 는 상수이다.) [4점]



♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.