

1. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 와 $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는 3^4 개이다.
- ㄴ. X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 $f(1) \neq a$ 이고 $f(2) \neq b$ 인 함수의 개수는 36개이다.
- ㄷ. X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 $f(1) = f(2)$ 이고 $f(3) = f(4)$ 인 함수의 개수는 9개이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 서로 다른 5개의 반에 네 명의 학생 A, B, C, D를 배정 하려고 한다. A, B, C, D 중 적어도 2명이 같은 반에 배정되는 경우의 수는? (단, 같은 반에 여러 명이 배정 될 수 있다.)

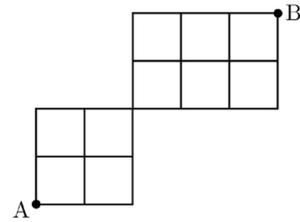
- ① 120
- ② 325
- ③ 434
- ④ 505
- ⑤ 904

3. 다음 조건을 모두 만족하는 x_i ($i = 1, 2, \dots, 7$)에 대하여 (x_1, x_2, \dots, x_7) 의 개수는?

- 가. x_i 는 $-2, 2, 1$ 중에서 어느 하나의 값이다.
- 나. $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = -2$

- ① 35
- ② 50
- ③ 70
- ④ 90
- ⑤ 105

4. 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는?

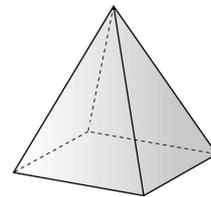


- ① 24
- ② 30
- ③ 36
- ④ 48
- ⑤ 60

5. 영어 단어 'baseball'의 8개 알파벳을 일렬로 나열하는 순열의 수는?

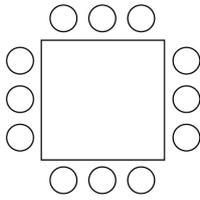
- ① 2520
- ② 5040
- ③ 10080
- ④ 20160
- ⑤ 40320

6. 그림과 같은 정사각뿔의 5개의 면을 서로 다른 7가지 색중에서 서로 다른 5가지 색을 택하여 한 부분씩 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 105
- ② 240
- ③ 360
- ④ 630
- ⑤ 2520

7. 그림과 같이 정사각형 모양의 탁자에 12명의 학생이 둘러앉는 방법의 수는?



- ① 11! ② 11!×2 ③ 11!×3
- ④ 11!×4 ⑤ 12!

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 f 의 개수는?

(가) $f(1) + f(4) + f(5) = 6$
 (나) $f(2) \leq f(3)$

- ① 130 ② 135 ③ 140
- ④ 145 ⑤ 150

9. 회원이 13명인 어느 동아리 회장 선거에 3명이 출마하였다. 회원들이 무기명으로 후보자 한 명에게 투표할 때, 투표 결과로 가능한 경우의 수는?(단, 기권이나 무효표는 없다.)

- ① 105 ② 120 ③ 286
- ④ 455 ⑤ 560

10. 자연수 n 에 대하여 $(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 계수의 최댓값은?

- ① ${}_{2n}H_{n-1}$ ② ${}_{2n}H_n$ ③ ${}_{2n}H_{n+1}$
- ④ ${}_{2n}C_{n-1}$ ⑤ ${}_{2n}C_n$

11. $(2x^3 - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① -30 ② -35 ③ -40
- ④ -45 ⑤ -50

12. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 세 수의 합이 홀수일 확률은?

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{11}{21}$

13. 생일이 서로 다른 다섯 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 두 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 생일이 빠를 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

14. 사과 맛 사탕 4개, 포도 맛 사탕 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 사탕을 꺼낼 때, 포도 맛 사탕이 적어도 1개 이상 나올 확률은?

- ① $\frac{29}{35}$ ② $\frac{31}{35}$ ③ $\frac{32}{35}$
- ④ $\frac{33}{35}$ ⑤ $\frac{34}{35}$

15. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 숫자를 확인하고 주머니에 되돌려 넣는 시행을 4번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c, d 라 하고 네 수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족한다.

[조건]

(가) 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 에 대하여 방정식 $|f(x)| = k$ 가 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
 (나) $b + c = k$ 이고 $a \leq b, c \leq d$ 이다.

이때, a, b, c, d 가 조건을 모두 만족할 확률은?

- ① $\frac{5}{64}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{11}{64}$
- ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{17}{64}$

16. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}$ 이다. $P(A \cup B)$ 의 최댓값을 M 이라 하고 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

17. 자유투 성공률이 80%인 농구 선수가 자유투를 10회 시행하여 7회 성공할 확률을 구하면 $\frac{3 \times 2^a}{5^b}$ 이다. 이때, $a + b$

의 값을 구하면? (단, a, b 는 모두 양의 정수이다.)

- ① 24 ② 25 ③ 26
- ④ 27 ⑤ 28

18. 주머니 속에 빨간 구슬 6개와 파란 구슬 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 택하여 구슬의 색을 확인한 후 꺼낸 구슬을 주머니에 넣지 않고 다시 주머니에서 한 개의 구슬을 택하였더니 두 구슬의 색이 같았을 때, 두 번째 꺼낸 구슬의 색이 파란색일 확률은?

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{3}{32}$
- ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

서술형

19. 세 정수 a, b, c 에 대하여

$0 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$ 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오.

- ① 280 ② 305 ③ 351
- ④ 363 ⑤ 448

20. 흰 공 4개, 파란 공 2개, 검은 공 2개를 일렬로 나열할 때, 파란 공 2개는 서로 이웃하지 않으며 파란 공 사이에 놓이는 다른 색 공의 개수가 짝수인 방법의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공끼리는 구별하지 않는다.)

- ① 135 ② 145 ③ 155
- ④ 165 ⑤ 175

21. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 사용하여 다음 조건을 만족시키는 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다.

[보기]

- (가) 2, 4만 중복 사용할 수 있다.
- (나) 1, 3, 5 중 2개 이상 반드시 사용해야 한다.

만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오.

22. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복하였을 때, 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A 라 하자. 6번 시행하는데 1회부터 5회까지는 사건 A 가 일어나지 않고 6회에서 사건 A 가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, pq 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

23. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때 나온 수에 대하여 두 사건 A, B 는 다음과 같다.

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{x, y\}$$

두 사건 A 와 B 가 서로 독립이 되도록 하는 사건 B 의 개수는 ()개이다. ()에 알맞은 수를 구하시오. (단, x, y 는 10이하의 서로 다른 자연수이다.)

24. 어느 고등학교에서 전체 학생의 40%가 남학생이고, 전체 학생의 60%가 안경을 썼고, 안경을 쓴 학생 중 30%가 남학생이라 한다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 택한 한 명이 여학생이었을 때, 이 학생이 안경을 쓰지 않았을 확률을 구하시오.

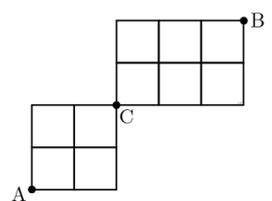
25. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 2c^2$ 과 직선 $y=x$ 의 교점이 존재하지 않을 때, $|a-b|$ 가 짝수일 확률을 구하시오.

정답 및 풀이

1) ⑤
 ㄱ. X 에서 Y 로의 함수는 3^4 개다. (참)
 ㄴ. $f(1) \neq a$ 이므로 $f(1)$ 의 함숫값은 b, c 중 하나이다.
 $f(2) \neq b$ 이므로 $f(2)$ 의 함숫값은 a, c 중 하나이다.
 $f(3), f(4)$ 의 함숫값은 a, b, c 중 하나이므로 구하는 함수 f 의 개수는 $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ (참)
 ㄷ. $f(1) = f(2)$ 의 함숫값은 a, b, c 중 하나이다.
 $f(3) = f(4)$ 의 함숫값은 a, b, c 중 하나이다.
 따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $3 \times 3 = 9$ (참)
 따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

2) ④
 5개의 반에 4명의 학생을 배정하는 방법의 수는 ${}_5P_4 = 5^4 = 625$
 4명의 학생이 모두 다른 반에 배정되는 방법의 수는 ${}_5P_4 = 120$
 따라서 구하는 방법의 수는 $625 - 120 = 505$

3) ③
 주어진 조건을 만족시키는 경우는 다음과 같다.
 (i) -2가 4개, 2가 3개인 경우 가능한 x_i 의 개수는 $\frac{7!}{4!3!} = 35$
 (ii) -2가 3개, 1가 4개인 경우 가능한 x_i 의 개수는 $\frac{7!}{3!4!} = 35$
 따라서 구하는 경우의 수는 $35 + 35 = 70$

4) ⑤

 A 지점에서 C 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!} = 6$
 C 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!2!} = 10$
 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 10 = 60$

5) ②
 8개의 문자 중 a 가 2개, b 가 2개, l 가 2개 있으므로 $\frac{8!}{2!2!2!} = 5040$
 6) ④
 7가지의 색 중에서 정사각뿔에 사용할 색 5가지를 택하는 경우의 수는 ${}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$

정사각뿔의 밑면을 칠하는 방법의 수는 5가지이고 나머지 4가지 색을 옆면에 칠하는 방법의 수는 $(4-1)! = 3! = 6$ (가지)
 따라서 구하는 방법의 수는 $21 \times 5 \times 6 = 630$ (가지)

7) ③
 12명을 원형으로 배열하는 방법의 수는 $(12-1)! = 11!$
 이때 정사각형 모양의 탁자에서는 원형으로 배열하는 한 가지 방법에 대하여 서로 다른 경우가 3가지씩 존재한다.
 $11! \times 3$

8) ⑤
 $6 = 4 + 1 + 1 = 3 + 2 + 1 = 2 + 2 + 2$ 이므로 조건 (가)를 만족시키도록 대응시키는 경우의 수는 ${}_3C_2 + 3! + 1 = 10$
 조건 (나)를 만족시키는 경우의 수는 공역 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 다음 작거나 같은 것부터 차례로 2, 3에 대응시키는 경우의 수는 ${}_5H_2 = {}_6C_2 = 15$
 따라서 함수 f 의 개수는 $10 \times 15 = 150$

9) ①
 회장 후보자 3명을 각각의 득표수를 x_1, x_2, x_3 라 하면 기권이나 무효표가 없으므로 $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ 이다. 투표 결과는 (x_1, x_2, x_3) 이므로 이 경우의 수는 ${}_3H_{13} = {}_{15}C_{13} = 105$ 가지다.

10) ⑤
 전개식의 일반항은 ${}_n C_r x^r$
 따라서 x^r 의 계수를 A_r 라고 하면 $A_r = {}_n C_r$
 $\therefore \frac{A_{r+1}}{A_r} = \frac{{}_n C_{r+1}}{{}_n C_r} = \frac{(2n)!}{(r+1)!(2n-r-1)!} \cdot \frac{r!(2n-r)!}{(2n)!} = \frac{2n-r}{r+1}$
 이므로 $\frac{2n-r}{r+1} > 1$ 일 때, $r < \frac{2n-1}{2}$
 $\frac{2n-r}{r+1} < 1$ 일 때, $r > \frac{2n-1}{2}$
 따라서 $r = n$ 일 때, x^r 의 계수 ${}_n C_n$ 가 최대가 된다.

11) ③
 $(2x^3 - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식의 일반항은 ${}_5 C_r (2x^3)^r (-\frac{1}{x})^{5-r} = {}_5 C_r (-1)^{5-r} 2^r x^{4r-5}$ 이므로 $4r-5=3$ 에서 $r=2$ 이다.
 따라서 x^3 의 계수는 ${}_5 C_2 (-1)^{5-2} 2^2 x^{4 \cdot 2 - 5} = -40x^3$ 이다.

12) ④
 (홀, 홀, 홀) + (홀, 짝, 짝)의 확률은

$$\frac{{}_5C_3}{{}_9C_3} + \frac{5 \times {}_4C_2}{{}_9C_3} = \frac{10}{21} \text{이다.}$$

13) ②

생일 순서를 1, 2, 3, 4, 5 라 하면

- 1) 두 번째가 1이라면 경우의 수는 4!
- 2) 두 번째가 2라면 좌우에 3, 4 그리고 1, 5
- 3) 두 번째가 3이라면 좌우가 4, 5 그리고 1, 2

구해야 하는 확률은

$$\frac{4! + 2 \times 2 \times 3 + 2 \times 2}{5!} = \frac{1}{3} \text{이다.}$$

14) ②

적어도 1개가 포도 맛 사탕일 사건을 A라 하면
적어도 1개가 포도 맛 사탕일 사건은 3개 모두
포도 맛 사탕이 아닐 사건의 여사건이므로

$$P(A^c) = \frac{{}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$$

15) ①

함수 $f(x)$ 의 극솟값은 -4 이므로 방정식 $|f(x)| = k$
가 서로 다른 실근을 갖기 위해서는 $k = 4$

따라서 $b = 1, c = 3$ 일 때 가능한 a, d 의 개수는

$$1 \times 2 = 2$$

$b = 2, c = 2$ 일 때 가능한 a, d 의 개수는 $2 \times 3 = 6$

$b = 3, c = 1$ 일 때 가능한 a, d 의 개수는 $3 \times 4 = 12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2+6+12}{4^4} = \frac{5}{64}$

16) ②

(i) $A \cap B = \emptyset$ 일 때,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

(ii) $B \subset A$ 일 때,

$$P(A \cup B) = P(A) = \frac{1}{3}$$

따라서 $M = \frac{8}{15}, m = \frac{1}{3}$ 이므로 $M - m = \frac{1}{5}$

17) ③

구하는 확률은

$${}_{10}C_7 \left(\frac{8}{10}\right)^7 \left(\frac{2}{10}\right)^3 = {}_{10}C_7 \left(\frac{4}{5}\right)^7 \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{120 \cdot 4^7}{5^{10}} = \frac{3 \cdot 2^{17}}{5^9}$$

이므로 $a = 17, b = 9 \therefore a + b = 26$

18) ②

꺼낸 두 공의 색이 모두 빨간 구슬인 확률은

$$\frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{30}{56}$$

꺼낸 두 공의 색이 모두 파란 구슬인 확률은 $\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2}{56}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{2}{56}}{\frac{30}{56} + \frac{2}{56}} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

19) 351

(i) $1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$ 인 경우, $|a|, |b|, |c|$ 의
값은 각각 1, 2, 3, 4, 5중에서 하나가 될 수 있다. 즉,
주어진 부등식을 만족시키는 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5
의 5개 중에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 중복조
합의 수와 같으므로 ${}_5H_3 = {}_7C_3 = 35$

그런데 순서쌍 $(|a|, |b|, |c|)$ 에 대하여 a, b, c 의 각 값
은 양수가 될 수 있고 음수가 될 수도 있으므로
 a, b, c 의 값은 각각 2개씩 있다.

즉, 구하는 순서쌍은 $35 \times 2^3 = 280$ 이다.

(ii) $a = b = c = 0$ 인 경우, $(0, 0, 0)$

(iii) $a = b = 0$ 인 경우 $|c|$ 의 값은 1, 2, 3, 4, 5 중에서
하나가 될 수 있다. 순서쌍 $(0, 0, |c|)$ 에 대하여 c 의
각 값은 양수가 될 수도 있고 음수가 될 수도 있으
므로 순서쌍 $(0, 0, c)$ 의 개수는 10

(iv) $a = 0$ 인 경우 $|b|, |c|$ 의 값은 각각 1, 2, 3, 4, 5중
에서 하나가 될 수 있다. 1, 2, 3, 4, 5의 5개 중에서
중복을 허락하여 2개를 뽑는 중복조합의 수와 같으
므로 ${}_5H_2 = {}_6C_2 = 15$

그런데 순서쌍 $(0, |b|, |c|)$ 에 대하여 b, c 의 각 값은
양수가 될 수 있고 음수가 될 수도 있으므로 b, c 의
값은 각각 2개씩 있다.

즉, 구하는 순서쌍은 $15 \times 2^2 = 60$ 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $280 + 1 + 10 + 60 = 351$

20) 135

(i) 파란 공 사이에 흰 공 2개가 있는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

(ii) 파란 공 사이에 검은 공 2개가 있는 경우의 수는

$$\frac{5!}{4!} = 5$$

(iii) 파란 공 사이에 흰 공 1개, 검은 공 1개가 있는 경우의
수는 $\frac{5!}{3!} \times 2 = 40$

(iv) 파란 공 사이에 검은 공 1개, 흰 공 3개가 있는 경우의
수는 $3! \times \frac{4!}{3!} = 24$

(v) 파란 공 사이에 검은 공 2개, 흰 공 2개가 있는 경우의
수는 $\frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 3 \times 6 = 18$

(vi) 파란 공 사이에 흰 공 4개가 있는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!} = 3$
 (vii) 파란 공 사이에 흰 공 4개, 검은 공 2개가 있는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!4!} = 15$

(i)~(vii)에 의해 구하는 경우의 수는 $30 + 5 + 40 + 24 + 18 + 3 + 15 = 135$

21) 720

1, 3, 5 중 2개를 선택하는 경우의 수 ${}_3C_2 = 3$
 1, 3, 5 중 2개를 선택하고 2, 4, 4를 선택하는 경우의 수는 $3 \times \frac{5!}{2!} = 180$
 1, 3, 5 중 2개를 선택하고 2, 2, 4를 선택하는 경우의 수는 $3 \times \frac{5!}{2!} = 180$
 1, 3, 5 중 2개를 선택하고 2, 2, 2를 선택하는 경우의 수는 $3 \times \frac{5!}{3!} = 60$
 1, 3, 5 중 2개를 선택하고 4, 4, 4를 선택하는 경우의 수는 $3 \times \frac{5!}{3!} = 60$

1, 3, 5를 선택하고 2, 2를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!} = 60$
 1, 3, 5를 선택하고 2, 4를 선택하는 경우의 수는 $5! = 120$
 1, 3, 5를 선택하고 4, 4를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!} = 60$

따라서 구하는 경우의 수는 720

22) 18

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지를 (a, b, c) 로 나타내기로 하자.

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 각각 $(0, 1, 2)$ 이면 두 번의 시행으로는 $(0, 0, 0)$ 또는 $(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 를 만들 수가 없다.

또, 세 번의 시행으로 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$

이고 세 번의 시행에서 $(0, 0, 0)$ 이 되는 경우는

$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 2, 2) \rightarrow (0, 2, 3) \rightarrow (0, 3, 3)$

$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 2, 2) \rightarrow (0, 3, 2) \rightarrow (0, 3, 3)$

$(0, 1, 2) \rightarrow (0, 1, 3) \rightarrow (0, 2, 3) \rightarrow (0, 3, 3)$

의 3가지이고 $(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 가 될 수 있는 경우도 각각 3가지씩이다.

따라서 3번째 시행에서 사건 A가 일어나지 않을 확률은

$$P(A^c) = 1 - \frac{3+3+3}{27} = \frac{2}{3}$$

또, 3번의 시행 후에는 모든 카드에 붙어 있는 스티커

의 수를 3으로 나눈 나머지가 $(0, 1, 2)$ 또는 $(0, 0, 0)$ 또는 $(1, 1, 1)$ 또는 $(2, 2, 2)$ 이므로 4번째, 5번째 시행에서는 사건 A가 일어나지 않고 6번째 시행에서 사건 A가 일어날 확률은 같은 방법으로 생각하면 $\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $1 \times 1 \times \frac{2}{3} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

이므로 $pq = 18$

23) 25

$$P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

이므로 $P(A)P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$

이때 두 사건 A, B가 서로 독립이므로 $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$

따라서 x값 1, 3, 5, 7, 9 중 한 개라 하면 y는 2, 4, 6, 8, 10 중 한 개이므로 사건 B의 개수는 ${}_5C_1 \cdot {}_5C_1 = 25$

24) $\frac{3}{10}$

이 학급의 남학생의 수를 $4x$, 여학생의 수를 $6x$ 라 하고 주어진 조건을 표로 나타내면 다음과 같다.

	남학생	여학생	합계
안경 ○	$6x \cdot \frac{30}{100} = \frac{9x}{5}$	$6x - \frac{9x}{5} = \frac{21x}{5}$	$10x \cdot \frac{60}{100} = 6x$
안경 ×		$6x - \frac{21x}{5} = \frac{9x}{5}$	
계	$4x$	$6x$	

따라서 구하는 확률은 $\frac{\frac{9x}{5}}{6x} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

25) 2

원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 2c^2$ 과 직선 $y=x$ 의 교점이 존재하지 않기 위해서는 원의 중심 (a, b) 와 직선 $y=x$ 사이의 거리가 반지름의 길이 $\sqrt{2}c$ 보다 커야 한다.

$$\text{즉, } \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}c$$

$$|a-b| > 2c \dots \textcircled{\ominus}$$

(i) $c=1$ 일 때, 즉 $|a-b| > 2c$ 이므로

$|a-b| = 3, 4, 5$ 이다.

이때 (a, b) 의 개수는 $6+4+2=12$ 이다.

(ii) $c=2$ 일 때, 즉 $|a-b| > 4$ 이므로

$|a-b| = 5$ 이다.

이때 (a, b) 의 개수는 2이다.

(iii) $c \geq 3$ 이면 $\textcircled{\ominus}$ 을 만족시키는 (a, b) 는 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 조건을 만족시키는 모든 순서쌍

(a, b, c) 의 개수는 $12+2=14$ 이고 이 중에서 $|a-b|$ 가 짝수인

모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 4이므로 구하는 확률은

$$\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$