

## 01 다항식의 연산

### 1. 다항식의 연산

◎ 동류항 : 계수는 다를 수 있으나 문자와 차수가 각각 같은 항

#### ◎ 다항식의 정리

특정한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮아지는 순서로 정리하는 것을 내림차순으로 정리한다고 하고 차수가 낮은 항부터 높아지는 순서로 정리하는 것을 오름차순으로 정리한다고 한다.

### 대표 유형

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_대진고]

14. 다항식  $6 - y + xy^2 - 3x^2z^2 + x^3$ 를  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하시오.

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_경희고]

15. 다항식  $x^3 - 3x^2yz + xy^2 - 3yz^2$ 를  $z$ 에 대한 내림차순으로 정리한 것은?

- ①  $x^3 - 3x^2yz + xy^2 - 3yz^2$
- ②  $-3x^2yz - 3yz^2 + x^3 + xy^2$
- ③  $-3yz^2 - 3x^2yz + x^3 + xy^2$
- ④  $x^3 + xy^2 - 3x^2yz - 3yz^2$
- ⑤  $xy^2 + x^3 - 3x^2yz - 3yz^2$

### 2. 다항식의 덧셈과 뺄셈

#### ◎ 다항식의 덧셈과 뺄셈

다항식의 동류항끼리 모아서 계산한다.

#### ◎ 다항식의 덧셈에 대한 성질

다항식  $A, B, C$ 에 대하여

① 덧셈에 대한 교환법칙

$$A + B = B + A$$

② 덧셈에 대한 결합법칙

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

### 대표 유형

#0101/01

[2019\_1-1-a\_전북대학교사범대학부설고]

16. 다항식  $A = x^2 + x + 2$ ,  $B = 2x^2 - 3x + 4$ 에 대하여  $2X - 3A = A - 2B$ 를 만족시키는 다항식  $X$ 는? [3.4점]

- ①  $4x - 2$
- ②  $4x + 2$
- ③  $5x - 1$
- ④  $5x$
- ⑤  $5x + 1$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_한영외고]

17. 두 다항식  $A = 2x^2 + xy - 4y^2$ ,  $B = 3x^2 - xy + 2y^2$ 에 대하여  $X + 2(2A + B) = 2A$ 를 만족시키는 다항식  $X$ 는?

- ①  $-10x^2 + 2y^2$
- ②  $-10x^2 + 4y^2$
- ③  $-8x^2 + 2y^2$
- ④  $-8x^2 + 4y^2$
- ⑤  $-6x^2 + 2y^2$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_창덕여고]

18. 세 다항식  $A = x^3 - 2x^2 - x$ ,  $B = x^3 - 2x^2 + 1$ ,  
 $C = -2x^3 - x + 2$ 에 대하여  $2A - B - C$ 를 간단히 하면?

- ①  $x^3 - 3x^2 - 3$
- ②  $x^3 - 2x^2 - x - 3$
- ③  $x^3 - x^2 - 2x - 3$
- ④  $3x^3 - 2x^2 - x - 3$
- ⑤  $3x^3 - x^2 - 2x - 3$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서현고]

19. 세 다항식  $A = x^2 + 3xy + 2y^2$ ,  $B = 2x^2 - 3y^2$ ,  
 $C = 3x^2 - xy$ 에 대하여  $A - (2B - 3C)$ 를 계산하면  
 $ax^2 + bxy + cy^2$ 이 된다.  $a + b + c$ 의 값은?  
(단,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 는 상수이다.)

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서원고]

20. 두 다항식  $A = 5x^2 - 3xy + y^2$ ,  $B = 3x^2 - 2xy + 4y^2$   
에 대하여  $(A + 2B) - (2A - B)$ 를 계산한 것은?

- ①  $-4x^2 + 3xy + 11y^2$
- ②  $-4x^2 + 3xy - 11y^2$
- ③  $4x^2 - 3xy - 11y^2$
- ④  $4x^2 - 3xy + 11y^2$
- ⑤  $4x^2 + 3xy + 11y^2$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_방산고]

21. 두 다항식  $A$ ,  $B$ 에 대하여

$$A + B = 2x^2 + xy - 3y^2$$

$$A - B = 4x^2 - xy + y^2$$

일 때, 다항식  $3A + B$ 를 구하면?

- ①  $-x^2 + 2xy - y^2$
- ②  $5x^2 + xy - 2y^2$
- ③  $6x^2 - 2y^2$
- ④  $7x^2 + 2xy - y^2$
- ⑤  $8x^2 + xy - 5y^2$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_명일여고]

22. 두 다항식  $A = x^2 + xy - y^2$ ,  $B = x^2 + xy + 2y^2$ 에 대하여  
 $2A - 3B = X$ 를 만족하는  $X$ 를 구하시오.

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_진명여고]

23. 두 다항식  $A$ ,  $B$ 에 대하여

$$3A - 2B = x^2 + 5x + 7, \quad A + B = 2x^2 + 5x - 1$$

일 때,  $X + 3B = 2A$ 를 만족시키는 다항식  $X$ 는? [3.1점]

- ①  $-x^2 + 8$
- ②  $x^2 - 4$
- ③  $-x^2 + 3x + 8$
- ④  $x^2 - 4x + 8$
- ⑤  $-x^2 + 12x + 8$

### 3. 다항식의 곱셈(1)

#### ◎ 다항식의 곱셈에 대한 성질

다항식  $A, B, C$ 에 대하여

① 곱셈에 대한 교환법칙

$$A B = B A$$

② 곱셈에 대한 결합법칙

$$(A B) C = A (B C)$$

③ 곱셈의 덧셈에 대한 분배법칙

$$A (B + C) = A B + A C$$

$$(A + B) C = A C + B C$$

### 대표 유형

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_불곡고]

24. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $x^2 - 5x + a = (x - 2)(x + b)$ 가 성립할 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_불곡고]

25.  $(x^2 - x + 1)^2$ 을 전개한 식에서  $x^2$ 의 계수는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_신서고]

26. 다항식  $(x + 1)(x + 2a)(x + b)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 5이고,  $x$ 의 계수가 6일 때,  $8a^3 + b^3$ 의 값을 구하시오. [5점]

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_한영외고]

27. 다항식  $(x^2 - 3)^2(x - a)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-9$ 일 때, 자연수  $a$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_창덕여고]

28. 다항식  $(4x^2 + x - 6)(x^2 - 2x + a)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 20일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_성북고]

29.  $x$ 에 대한 다항식  $(ax - 2)^3(x + 1)$ 을 전개한 식에서  $x$ 의 계수가 40일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_서현고]

30. 다항식  $(2x^2 + x - 3a + 2)^2$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 33일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -4
- ② -3
- ③ -2
- ④ 3
- ⑤ 4

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서천고]

31. 다항식  $(x+a)^2 + (2x-1)(3x+2)$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수가 -3일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -4
- ② -3
- ③ -2
- ④ -1
- ⑤ 1

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_진명여고]

32. 두 다항식  $A = x^3 + 2x - 6$ ,  $B = x - 3$ 에 대하여  $A^3 - 8B^3$ 의 전개식에서  $x^5$ 의 계수는? [4.8점]

- ① 6
- ② 8
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 14

#### 4. 다항식의 곱셈(Ⅱ)

##### ◎ 곱셈정리

- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ④  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
- ⑥  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- ⑦  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ⑧  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
- ⑨  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑩  $(x+a)(x+b)(x+c)$   
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑪  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$
- ⑫  $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- ⑬  $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$

#### 대표 유형

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_늘푸른고]

33. 실수  $x$ 에 대하여  $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 9$ 일 때,  $x^3$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_신서고]

34.  $(ax - 3y)^3$ 의 전개식에서  $xy^2$ 의 계수가 108일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3.4점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서라벌고]

35. 다항식  $(x-2y)^3$ 의 전개식에서  $xy^2$ 의 계수는?

- ① -8
- ② -6
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 12

### 5. 다항식의 곱셈(Ⅲ)

#### ◎ 곱셈정리의 변형

- ①  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$
- ②  $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
- ③  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
- ④  $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
- ⑤  $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$
- ⑥  $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$   
 $= \frac{1}{2} \{ (a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2 \}$
- ⑦  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$   
 $= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$
- ⑧  $a^3 + b^3 + c^3$   
 $= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

### 대표 유형

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서원고]

36.  $a+b=-3$ ,  $ab=2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.  
(단,  $a > b$ )

- (1)  $a^2 + b^2$
- (2)  $a^2 - b^2$
- (3)  $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b}$

#0101/01

[2019년\_1-1-a\_군산여고]

37.  $a-b=3+\sqrt{3}$ ,  $b-c=3-\sqrt{3}$ 일 때,  
 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값은? [4.2점]

- ① 27
- ② 28
- ③ 29
- ④ 30
- ⑤ 31

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_성북고]

38.  $x+y=2$ ,  $xy=-2$ 일 때,  $x^2y+x^2+xy^2+y^2$ 의 값은?

- ① -8
- ② -4
- ③ 0
- ④ 4
- ⑤ 8

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_명일여고]

39.  $x+y=5$ ,  $xy=-3$ 일 때,  $x^3+y^3$ 의 값은?

- ① 160
- ② 170
- ③ 180
- ④ 190
- ⑤ 200

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_성복고]

40. 두 실수  $x, y$ 가  $x+y=3$ ,  $xy=-3$ 을 만족시킬 때,  $x^3-y^3$ 의 값을 구하시오. (단,  $x > y$ 이다.)

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_서천고]

41.  $a+b+c=6$ ,  $a^2+b^2+c^2=16$ 일 때,  $ab+bc+ca$ 의 값은?

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_재현고]

42. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c=2$ ,  $ab+bc+ca=-5$ ,  $abc=-6$ 일 때,  $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

#0101/B

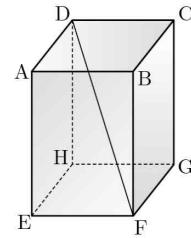
[2021\_1-1-a\_서천고]

43.  $a+b=2$ ,  $a^3+b^3=20$ 일 때,  $a^5+b^5$ 의 값을 구하시오.

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_구성고]

44. 다음 그림과 같은 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합은 36이고, 이 상자의 대각선 DF의 길이는  $\sqrt{31}$ 이다. 이 직육면체의 겉넓이는?

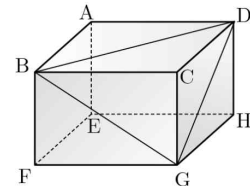


- ① 25
- ② 30
- ③ 40
- ④ 45
- ⑤ 50

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_방산고]

45. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 52이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 58이다. 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?



- ① 28
- ② 32
- ③ 36
- ④ 40
- ⑤ 44

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_경희고]

46.  $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

#0101/01

[2019\_1-1-a\_전북대학교사범대학부설고]

47.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$ ,  $x^3 + y^3 = 0$  을 만족시킬 때,

$x^2 + y^2 = \frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)가 성립한다. 이때

$p^2 + q^2$ 의 값은? [3.6점]

- ① 6
- ② 8
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 14

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_방산고]

48.  $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때,  $x + x^2 + x^3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ 의 값은

$p + q\sqrt{3}$ 이다. 이때,  $p + q$ 의 값은? (단,  $x < 1$ 이고  $p, q$ 는 유리수이다.)

- ① 52
- ② 56
- ③ 62
- ④ 64
- ⑤ 68

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_진명여고]

49.  $a + b + c = 2$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 일 때,

$\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2$ 의 값은? [5.6점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_동덕여고]

50.  $a + b + c = 4$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ ,  $abc = -2$

일 때,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

#0101/01B

[2021\_1-1-a\_상명고]

51. 세 수  $a, b, c$ 에 대하여

$a + b + c = 1$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{9}{8}$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

을 만족할 때,  $abc$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$
- ②  $-\frac{1}{4}$
- ③  $-\frac{1}{8}$
- ④  $-\frac{1}{16}$
- ⑤  $-\frac{1}{32}$

## 6. 다항식의 나눗셈

### ◎ 다항식의 나눗셈

$$\begin{array}{r} q(x) \\ g(x) \overline{) f(x)} \\ \underline{\phantom{f(x)}} \\ \vdots \\ \underline{\phantom{f(x)}} \\ r(x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{몫} \\ \\ \\ \text{나머지} \end{array}$$

### ◎ 나머지의 차수

(다항식  $g(x)$ 의 차수) > (나머지  $r(x)$ 의 차수)

## 대표유형

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_영일고]

52. 다항식  $2x^3 - 3x^2 + ax - 3$ 이  $x^2 - x + b$ 로 나누어떨어질 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은? [4.3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_양정고]

53. 다항식  $2x^5 - 4x^4 + x^3 + 5x^2 - 3$ 을  $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 하자.  $Q(x)$ 의  $x^3$ 의 계수를  $a$ , 상수항을  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은? [4.8점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_신서고]

54. 다항식  $x^4 + x^3 + 8x - 2$ 를 다항식  $A$ 로 나누었을 때의 몫이  $x^2 + 2x - 1$ 이고 나머지는  $x + 1$ 일 때, 다항식  $A$ 는? [3.5점]

- ①  $x^2 + x - 1$
- ②  $x^2 + x + 2$
- ③  $x^2 + 2x + 2$
- ④  $x^2 - x + 3$
- ⑤  $x^2 - x - 1$

#0101/01C

[2021\_1-1-a\_금옥여고]

55. 다항식  $A$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누었더니 몫은  $x + 3$ 이고 나머지는  $2x - 1$ 이었다. 다항식  $A$ 를 구하면? [3.7점]

- ①  $x^3 + 3x^2 + 6x + 3$
- ②  $x^3 + 4x^2 + 6x + 2$
- ③  $x^3 + 4x^2 + 6x + 3$
- ④  $x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
- ⑤  $x^3 + 5x^2 + 6x + 3$



14. [정답]

<해설>

$$x^3 - 3x^2z^2 + xy^2 + 6 - y$$

15. [정답] ③

<해설>

$$x^3 - 3x^2yz + xy^2 - 3yz^2 \text{를 } z \text{에 대한 내림차순으로 정리하면}$$

$$-3yz^2 - 3x^2yz + x^3 + xy^2$$

16. [정답] ④

<해설>

$$A = x^2 + x + 2, \quad B = 2x^2 - 3x + 4 \quad \text{에 대하여}$$

$$2X = 4A - 2B,$$

$$X = 2A - B = 2(x^2 + x + 2) - (2x^2 - 3x + 4)$$

$$= 5x$$

$$\therefore 5x$$

17. [정답] ②

<해설>

$$X + 2(2A + B) = 2A \text{에 대하여}$$

$$X = 2A - 2(2A + B)$$

$$= -2A - 2B$$

$$= -2(2x^2 + xy - 4y^2) - 2(3x^2 - xy + 2y^2)$$

$$= -10x^2 + 4y^2$$

18. [정답] ④

<해설>

$$A = x^3 - 2x^2 - x, \quad B = x^3 - 2x^2 + 1, \quad C = -2x^3 - x + 2$$

에 대하여

$$2A - B - C$$

$$= 2x^3 - 4x^2 - 2x - x^3 + 2x^2 - 1 + 2x^3 + x - 2$$

$$= 3x^3 - 2x^2 - x - 3$$

19. [정답] ④

<해설>

$$A - (2B - 3C)$$

$$= x^2 + 3xy + 2y^2 - \{2(2x^2 - 3y^2) - 3(3x^2 - xy)\}$$

$$= x^2 + 3xy + 2y^2 - (4x^2 - 6y^2 - 9x^2 + 3xy)$$

$$= 6x^2 + 8y^2$$

$$\text{따라서 } a = 6, \quad b = 0, \quad c = 8 \text{ 이므로 } a + b + c = 14$$

20. [정답] ④

<해설>

$$(A + 2B) - (2A - B) = -A + 3B \text{이고}$$

$$A = 5x^2 - 3xy + y^2, \quad B = 3x^2 - 2xy + 4y^2 \text{이므로}$$

$$-(5x^2 - 3xy + y^2) + 3(3x^2 - 2xy + 4y^2) = 4x^2 - 3xy + 11y^2$$

21. [정답] ⑤

<해설>

$$A + B = 2x^2 + xy - 3y^2$$

$$\dots\dots ①$$

$$A - B = 4x^2 - xy + y^2$$

$$\dots\dots ②$$

$$① + ② \text{ 하면 } 2A = 6x^2 - 2y^2 \quad \therefore A = 3x^2 - y^2$$

$$① - ② \text{ 하면 } 2B = -2x^2 + 2xy - 4y^2$$

$$\therefore B = -x^2 + xy - 2y^2$$

$$\text{따라서 } 3A + B = 3(3x^2 - y^2) + (-x^2 + xy - 2y^2)$$

$$= 8x^2 + xy - 5y^2$$

$$22. \text{ [정답] } -x^2 - xy - 8y^2$$

<해설>

$$X = 2(x^2 + xy - y^2) - 3(x^2 + xy + 2y^2)$$

$$= -x^2 - xy - 8y^2$$

23. [정답] ①

<해설>

$$X = 2A - 3B \text{ 이고,}$$

$$3A - 2B = x^2 + 5x + 7 \quad \dots\dots ㉠$$

$$A + B = 2x^2 + 5x - 1 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠ - ㉡을 하면

$$2A - 3B = -x^2 + 8$$

$$\text{따라서, } X = -x^2 + 8$$

24. [정답] ②

<해설>

주어진 식의 양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$4 - 10 + a = 0$$

$$\therefore a = 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) \text{이므로 } b = -3$$

25. [정답] ③

<해설>

$$(x^2 - x + 1)^2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \text{ 이므로}$$

$x^2$ 의 계수는 3이다.

26. [정답] 40

<해설>

$(x + 1)(x + 2a)(x + b) = (x + 1)(x^2 + (2a + b)x + 2ab)$ 이므로,  
 $x^2$ 의 계수는  $2a + b + 1 = 5$ ,  $2a + b = 4$ 이고,  $x$ 의 계수는  
 $(2a + b + 2ab) = 6$ ,  $2ab = 2$ ,  $ab = 1$ 이다.

$$\therefore 8a^3 + b^3 = (2a + b)^3 - 6ab(2a + b) = 40$$

27. [정답] ①

<해설>

$$(x^2 - 3)^2 = x^4 - 6x^2 + 9, \quad (x - a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

이므로

$$(x^2 - 3)^2(x - a)^3 = (x^4 - 6x^2 + 9)(x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3)$$

$(x^2 - 3)^2(x - a)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는  $(-6) \times 3a^2 + 9$ 이다.

$$\text{주어진 문제의 조건에 의하여 } (-6) \times 3a^2 + 9 = -9,$$

$$\text{즉, } a^2 = 1 \text{ 이므로 자연수 } a \text{의 값은 } 1 \text{ 이다.}$$

28. [정답] ⑤

<해설>

$$(4x^2 + x - 6)(x^2 - 2x + a) \text{의 전개식에서 } x^2 \text{의 계수를 구하면}$$

$$4ax^2 - 2x^2 - 6x^2 = (4a - 8)x^2$$

$$\text{이므로 } 4a - 8 = 20$$

$$\therefore a = 7$$

29. [정답] ①

<해설>

준식을 정리하면,

$$(ax-2)^3 = a^3x^3 - 6a^2x^2 + 12ax - 8$$

따라서,  $(ax-2)^3(x+1)$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수가 40이므로  
 $-8 + 12a = 40$

$$\therefore a = 4$$

30. [정답] ③

<해설>

$(2x^2 + x - 3a + 2)(2x^2 + x - 3a + 2)$ 에서

$x^2$ 항이 나오는 부분만 전개하면

$$2x^2 \times (-3a + 2) + x \times x + (-3a + 2) \times 2x^2 \\ = (-12a + 9)x^2$$

따라서  $x^2$ 의 계수  $-12a + 9 = 33$  이므로

$$\therefore a = -2$$

31. [정답] ③

<해설>

주어진 다항식을 전개하여 간단히 정리하면

$$7x^2 + (2a + 1)x + a^2 - 2$$

이때  $x$ 의 계수가  $-3$ 이므로  $2a + 1 = -3$

$$\therefore a = -2$$

32. [정답] ④

<해설>

$$A - 2B = x^3 + 2x - 6 - (2x - 6) \\ = x^3$$

$$A^3 - 8B^3 = (A - 2B)^3 + 6AB(A - 2B) \\ = x^9 + 6x^3(x^3 + 2x - 6)(x - 3) \\ = x^9 + 6x^3(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 6x + 18)$$

따라서,  $x^5$ 의 계수는 12

33. [정답] ①

<해설>

$(x+2)(x^2-2x+4)=9$ 에서

$$x^3 + 8 = 9 \text{이므로}$$

$$\therefore x^3 = 1$$

34. [정답] ①

<해설>

$$3ax(-3y)^2 = 27axy^2$$

$$27a = 108$$

$$\therefore a = 4$$

35. [정답] ⑤

<해설>

전개하면  $(x-2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$ 이므로  
 $\therefore 12$

36. [정답] (1) 5 (2)  $-3$  (3)  $-\frac{9}{2}$

<해설>

$$(1) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (-3)^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

$$(2) a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = (-3)^2 - 4 \cdot 2 = 1$$

$a-b=1$  ( $\because a>b$ )이므로

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = (-3) \cdot 1 = -3$$

$$(3) \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} = \frac{a^3 + b^3}{ab} = \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b)}{ab} \\ = \frac{(-3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot (-3)}{2} = -\frac{9}{2}$$

37. [정답] ④

<해설>

$$a-b=3+\sqrt{3} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$b-c=3-\sqrt{3} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

①+② 하면

$$a-c=6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (3+\sqrt{3})^2 + (3-\sqrt{3})^2 + (-6)^2 \} = 30$$

38. [정답] ④

<해설>

$$x^2y + x^2 + xy^2 + y^2 = xy(x+y) + (x^2 + y^2) \\ = -4 + (x+y)^2 - 2xy \\ = -4 + 4 + 4 \\ = 4$$

39. [정답] ②

<해설>

$x+y=5$ ,  $xy=-3$ 일 때,

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ = 5^3 - 3 \times (-3) \times 5 \\ = 125 + 45 \\ = 170$$

40. [정답]  $12\sqrt{21}$

<해설>

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 21$$

따라서,  $x-y = \sqrt{21}$

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ = (\sqrt{21})^3 + 3(-3)(\sqrt{21}) \\ = 21\sqrt{21} - 9\sqrt{21} \\ = 12\sqrt{21}$$

41. [정답] ②

<해설>

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{에서} \\ 16 = 6^2 - 2(ab+bc+ca) \\ 2(ab+bc+ca) = 36 - 16 \\ \therefore ab+bc+ca = 10$$

42. [정답] ②

<해설>

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \text{이므로} \\ 4 = a^2 + b^2 + c^2 - 10$$

에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

또한

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

에서

$$a^3 + b^3 + c^3 + 18 = (2)(14 + 5)$$

이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 = 20$$

43. [정답] 152

<해설>

$$a + b = 2, \quad a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 20 \text{에서}$$

$$\therefore ab = -2$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 8$$

$$(a^3 + b^3)(a^2 + b^2) = a^5 + b^5 + a^2b^2(a + b) = 160$$

$$\text{이때, } a^5 + b^5 = 160 - a^2b^2(a + b)$$

$$= 160 - 8 = 152$$

44. [정답] ⑤

<해설>

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각  $a, b, c$ 라고 하자.

모든 모서리의 길이의 합은

$$4(a + b + c) = 36, \quad a + b + c = 9$$

직육면체의 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{31}, \quad a^2 + b^2 + c^2 = 31$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$9^2 = 31 + 2(ab + bc + ca)$$

따라서, 직육면체의 겉넓이

$$2(ab + bc + ca) = 81 - 31 = 50 \text{이다.}$$

45. [정답] ③

<해설>

$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b, \overline{BF} = c$ 라고 할 때

직육면체 겉넓이는 52이므로

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 58

$$\overline{BD}^2 = a^2 + b^2, \quad \overline{BG}^2 = b^2 + c^2, \quad \overline{DG}^2 = b^2 + c^2 \text{이므로}$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) = 58$$

이때 모든 모서리의 길이의 합은  $4(a + b + c)$ 이므로

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$29 = (a + b + c)^2 - 52$$

$$\therefore (a + b + c) = 9 \quad (a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0)$$

따라서 모든 모서리 길이의 합은 36

46. [정답] ①

<해설>

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{이므로}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 27 - 9$$

$$= 18$$

47. [정답] ③

<해설>

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3, \quad \frac{x+y}{xy} = 3, \quad x+y = 3xy$$

$$x^3 + y^3 = 0, \quad (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 0$$

$$x^2 - xy + y^2 = 0 \quad (x+y \neq 0)$$

$$(x+y)^2 - 3xy = 0, \quad 9x^2y^2 - 3xy = 0$$

$$3xy(3xy - 1) = 0$$

$$xy = \frac{1}{3}$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

따라서  $p = 1, \quad q = 9$  이므로

$$\therefore p^2 + q^2 = 10$$

48. [정답] ④

<해설>

$$x + x^2 + x^3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 12 \text{(단, } x < 1) \text{이므로}$$

$$x - \frac{1}{x} = -2\sqrt{3}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$\therefore x + x^2 + x^3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$= -2\sqrt{3} + 14 + 52 = 66 - 2\sqrt{3} = p + q\sqrt{3}$$

$$\therefore p = 66, \quad q = -2$$

$$p + q = 64$$

49. [정답] ⑤

<해설>

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$4 = 12 + 2(ab + bc + ca)$$

$$ab + bc + ca = -4$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + bc + ca}{abc} = 2$$

$$abc = -2$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right)$$

$$= 4 - 2 \cdot \frac{a+b+c}{abc}$$

$$= 4 - 2 \cdot \frac{2}{-2}$$

$$= 6$$

50. [정답] ②

<해설>

$$a^2 + b^2 + c^2 = 12$$

$$a + b + c = 4 \text{에 의해, } 12 = 16 - 2(ab + bc + ca)$$

$$ab + bc + ca = 2$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{2}{-2} = -1$$

51. [정답] ④

<해설>

$a+b+c=1$ 의 양변을 제곱하면

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=1$$

위 식에  $a^2+b^2+c^2=\frac{9}{8}$ 을 대입하여 정리하면

$$ab+bc+ca=-\frac{1}{16}$$

여기에서,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc} = 1$ 이므로

$$abc=ab+bc+ca=-\frac{1}{16} \text{이 된다.}$$

52. [정답] ⑤

<해설>

$$2x^3-3x^2+ax-3=(x^2-x+b)(2x+m)$$

$$2x^3-3x^2+ax-3=2x^3+(m-2)x^2+(2b-m)x+bm$$

따라서  $m=-1$ ,  $2b-m=a$ ,  $bm=-3$ 이므로

$$a=7, b=3$$

$$\therefore a+b=10$$

53. [정답] ④

<해설>

$$2x^5-4x^4+x^3+5x^2-3=(x-2)(2x^4+x^2+7x+14)+25$$

$$Q(x)=2x^4+x^2+7x+14$$

$$a=0, b=14$$

$$a+b=14$$

54. [정답] ④

<해설>

$$x^4+x^3+8x-2=A(x^2+2x-1)+x+1$$

$$x^4+x^3+7x-3=A(x^2+2x-1)$$

$$\therefore A=(x^2-x+3)$$

55. ②

$$\begin{aligned} A &= (x^2+x+1)(x+3)+2x-1 \\ &= x^3+4x^2+6x+2 \end{aligned}$$