

제2교시

수학 영역(나형)



5지선다형

1. $\frac{{}_6P_3}{{}_4P_3}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n^2+3n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

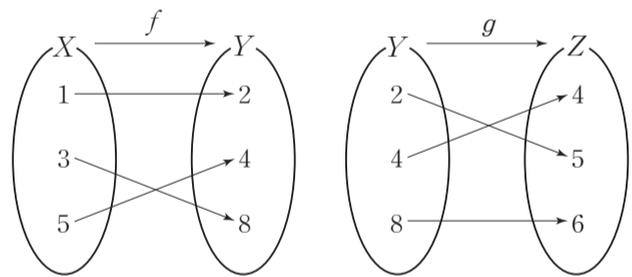
3. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}, \quad B = \{2, 3, 6, 7, 8\}$$

에 대하여 집합 $A - B^C$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

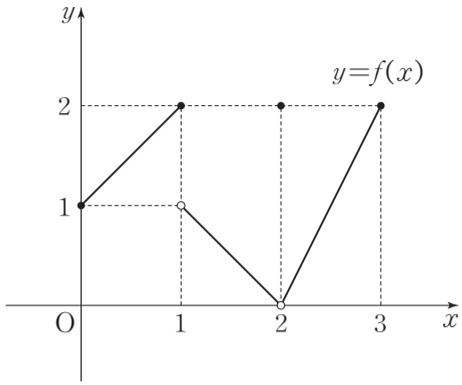
4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

5. 닫힌 구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 세 수 $a, 2\sqrt{2}, a+2$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

7. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A|B) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x < -4 \text{ 또는 } x \geq 2$$

$$q: |x-a| \geq 1$$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 어느 스포츠 용품점에서는 세 종류의 유니폼 A, B, C를 진열대에 전시하려고 한다. A유니폼 2벌, B유니폼 3벌, C유니폼 4벌 총 9벌의 유니폼을 진열대에 일렬로 배열할 때, A유니폼끼리는 서로 이웃하지 않도록 배열하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 유니폼은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 950 ② 960 ③ 970 ④ 980 ⑤ 990

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & (x < a) \\ x^2 + 4x - 7 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\lim_{x \rightarrow a^-} f'(x)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 함수 $f(x) = x^3 - 12x + 1$ 이 $x = a$ 에서 극댓값을 가질 때,

$\int_0^a f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -44 ② -22 ③ 0 ④ 22 ⑤ 44

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2a_n - 6$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은? [3점]

- ① 26 ② 30 ③ 34 ④ 38 ⑤ 42

13. 모평균이 m , 모표준편차가 2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균이 15이었다. 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq 15.98$ 일 때, $n+a$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.)

[3점]

- ① 30.02 ② 31.28 ③ 32.02
 ④ 33.28 ⑤ 34.02

14. 2의 세 제곱근 중 실수인 것을 a , 9의 네 제곱근 중 양의 실수인 것을 b 라 하자. $\sqrt[10]{(ab^2)^n}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

15. 1이 아닌 두 양수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\log ab$ 의 값은? [4점]

(가) $\log_a 10b = 6$
 (나) $\frac{7\log b}{2\log\sqrt{a} + \log b} = 3$

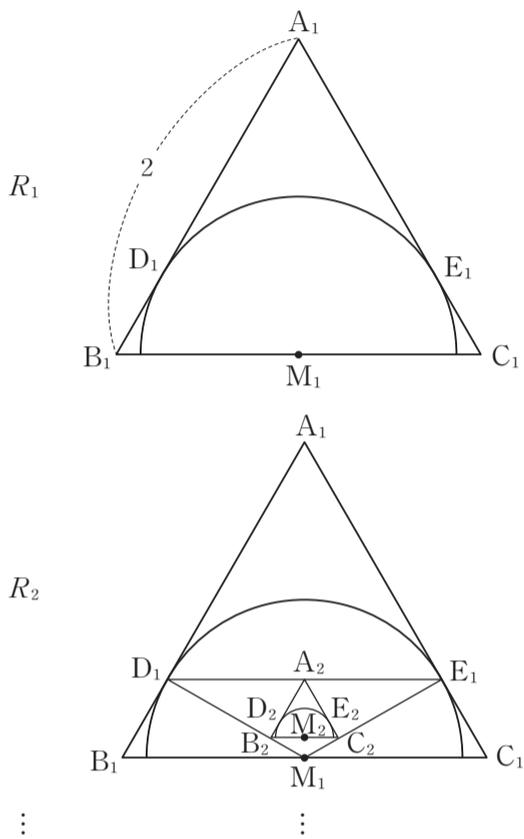
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

16. 확률변수 X 는 정규분포 $N(12, 3^2)$ 을 따르고, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따른다. $P(X \leq 9) = P(Y \geq 21)$ 일 때, $P(Y \leq 11)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

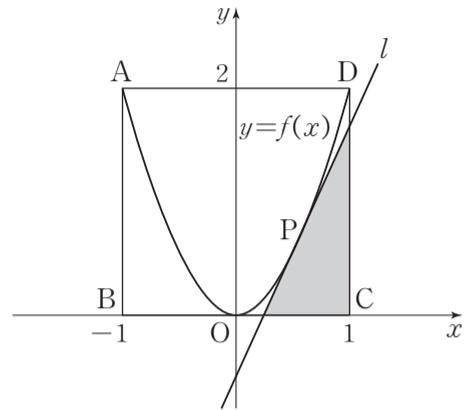
- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
 ④ 0.1587 ⑤ 0.2255

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 점 M_1 을 중심으로 하고 두 선분 A_1B_1 , A_1C_1 과 각각 점 D_1 과 점 E_1 에서 접하는 반원을 그린 그림을 R_1 이라 하자. 선분 D_1E_1 의 중점을 A_2 라 하고, 두 점 B_2, C_2 를 각각 두 선분 D_1M_1 , E_1M_1 위에 삼각형 $A_2B_2C_2$ 가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 라 할 때, 점 M_2 를 중심으로 하고 두 선분 A_2B_2 , A_2C_2 와 각각 점 D_2 와 점 E_2 에서 접하는 반원을 그린 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 반원의 호의 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값은? (단, 모든 자연수 n 에 대하여 두 선분 B_nC_n , $B_{n+1}C_{n+1}$ 은 평행하다.) [4점]



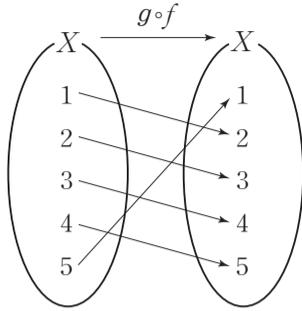
- ① $\frac{8\sqrt{3}}{13}\pi$ ② $\frac{9\sqrt{3}}{13}\pi$ ③ $\frac{10\sqrt{3}}{13}\pi$
- ④ $\frac{11\sqrt{3}}{13}\pi$ ⑤ $\frac{12\sqrt{3}}{13}\pi$

18. 그림과 같이 좌표평면에 네 점 $A(-1, 2)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$, $D(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $ABCD$ 와 세 점 O, A, D 를 지나는 이차함수 $y=f(x)$ ($-1 \leq x \leq 1$)의 그래프가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P 에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 의 아랫부분과 정사각형 $ABCD$ 의 내부의 공통 부분(어두운 부분)의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P 는 정사각형 $ABCD$ 의 내부에 있고, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{17}{27}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{19}{27}$ ⑤ $\frac{20}{27}$

19. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 X 로의 두 일대일 대응 f , g 에 대하여 합성함수 $g \circ f$ 가 그림과 같다.



$f(k) = g(k)$ ($k=1, 3, 5$)일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

20. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 빨간색 카드와 노란색 카드가 각각 10장씩, 총 20장의 카드가 있다. 이 20장의 카드 중에서 임의로 k 장 ($4 \leq k \leq 11$)의 카드를 뽑을 때, 2장에만 서로 같은 숫자가 적혀 있고 나머지 $(k-2)$ 장에는 모두 서로 다른 숫자가 적혀 있을 확률을 $P(k)$ 라 하자. 다음은 $4 \leq m \leq 10$ 일 때, $P(m+1) = P(m)$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하는 과정이다.

20장의 카드 중에서 k 장 ($4 \leq k \leq 11$)의 카드를 택하는 경우의 수는 ${}_{20}C_k$ 이다.
2장의 카드에 적힌 숫자가 같은 경우의 수는 10이고, 나머지 $(k-2)$ 장에는 모두 서로 다른 숫자가 적혀 있는 경우의 수는 \square (가)이다. 따라서

$$P(k) = \frac{10 \times \square \text{ (가)}}{{}_{20}C_k}$$

$P(m+1) = P(m)$ 이라 하면

$$\frac{\square \text{ (나)}}{{}_{20}C_{m+1}} = \frac{{}_9C_{m-2}}{{}_{20}C_m}$$

따라서 $4 \leq m \leq 10$ 일 때, $P(m+1) = P(m)$ 을 만족시키는 자연수 m 은 \square (다)이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(m)$, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a + \frac{f(7)}{g(5)}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

21. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = ax^2$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + k$ 인 상수 k 가 존재한다.

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$$

로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $a=1$ 이면 $k=1$ 이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다.
 ㄷ. $\int_0^6 g(x) dx = 60$ 이면 $f(10) = 30$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 집합

$$X = \{0, 1\}, \quad Y = \{1, 2, 3\}$$

에 대하여 집합 $\{2x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + 2a_3 + a_5 = a_2 + a_4 + a_6$$

이고, $\sum_{k=1}^{10} a_k = 110$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 1} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. A, B, C를 포함한 10명의 학생을 두 모둠으로 나누어 각각 영화와 연극을 관람하려고 한다. 10명을 임의로 각각 5명씩 나누려 할 때, 각 모둠에 A, B, C 중에서 적어도 한 사람이 포함될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+1}^2) = 36, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n - \frac{8n}{n+1} \right) = 0$$

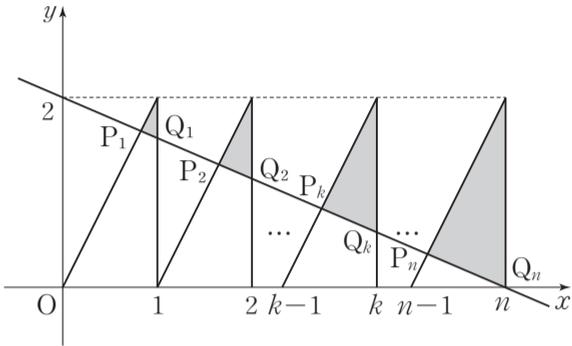
이 성립할 때, a_1^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x, y 에 대하여 $x < y$ 이면 $f(x) \leq f(y)$ 이다.
 (나) $f(1)f(4) = 4$

29. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위에 세 점 $(k-1, 0)$, $(k, 0)$, $(k, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형을 $A_k(k=1, 2, \dots, n)$ 이라 하자. 직선 $y = -\frac{2}{n}x + 2$ 가 삼각형 A_k 와 만나는 두 점을 각각 P_k, Q_k 라 하고, 점 $(k, 2)$ 와 두 점 P_k, Q_k 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^n 2a_k = 33$ 이 되도록 하는 n 의 값을 구하시오. (단, P_k 의 x 좌표는 Q_k 의 x 좌표보다 작다.)

[4점]



30. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 1$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(|x| + a)$ 로 정의하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 정수 a 의 최솟값을 m 이라 하자.

- (가) 함수 $g(x)$ 가 극값을 갖는 실수 x 의 개수는 3이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 실수 x 의 개수는 1이다.

$a = m$ 일 때, 실수 t 에 대하여 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $(h \circ g)(t)$ 가 불연속인 모든 실수 t 를 작은 수부터 순서대로 나열하면 p_1, p_2, \dots, p_n 이다.

$n + p_{n-1} + (h \circ g)\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

♣ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.