

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 1    ④ 3    ⑤ 9

$$3^2 = 9$$

2. 함수  $f(x) = 2x^2 - x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

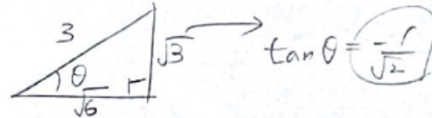
- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$f'(x) = 4x - 1$$

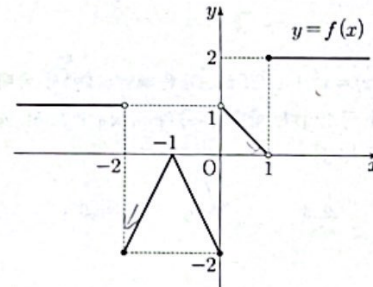
$$f'(1) = 3$$

3.  $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 일 때,  $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\sqrt{2}$     ②  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤  $\sqrt{2}$



4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12, \quad a_3 + a_7 = 36$$

일 때,  $a_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① 72    ② 78    ③ 84    ④ 90    ⑤ 96

$$\frac{a_3^2 \times a_8}{a_6^3} = a_4^2 = 12$$

$$a_3 + a_7 = 36 \Rightarrow a_4^2 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{r}{1} = \frac{1}{2} \quad \therefore r^2 = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore a_{11} &= a_4 r^7 \\ &= 3 \times 2^5 = 3 \times 32 \\ &= 96 \end{aligned}$$

$$\therefore r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

6. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 은  $x = -1$ 에서 극대이고,  $x = 3$ 에서 극소이다. 함수  $f(x)$ 의 극댓값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 0    ② 3    ③ 6    ④ 9    ⑤ 12

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(-1) = 3 - 2a + b = 0$$

$$f'(3) = 27 + 6a + b = 0$$

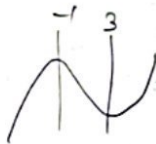
$$24 + 8a = 0$$

$$\therefore a = -3, \quad b = -9$$

$$f' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$x^2 - 2x - 3$$

$$\pm 1, -3$$



$$\therefore f(-1) = -1 - 3 + 9 + 1 = 6$$

7. 두 실수  $a, b$ 가

$$3a + 2b = \log_3 32, \quad ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때,  $\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}\right)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{12}$     ②  $\frac{5}{6}$     ③  $\frac{5}{4}$     ④  $\frac{5}{3}$     ⑤  $\frac{25}{12}$

$$3a + 2b = 5 \log_3 2$$

$$2ab = \log_3 2$$

$$\therefore 3a + 2b = 10ab$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}\right) = \frac{10ab}{6ab} = \frac{5}{3}$$

8. 다항함수  $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 - 2f(1)x, \quad f(0) = 4$$

를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

①  $f(x) = 2x^3 - f(1)x^2 + C$

$$f(1) = 2 - f(1) + C$$

$$\therefore 2f(1) = 2 + C$$

②  $f(0) = C = 4$   $\therefore f(1) = 6$   
 $\therefore f(1) = 3$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$$

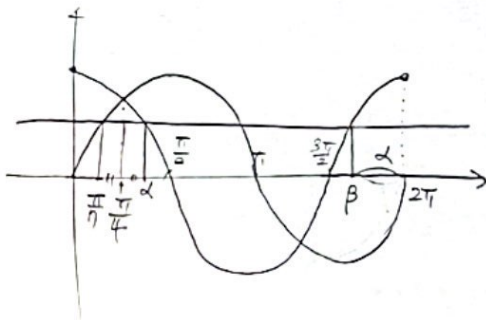
$$\therefore f(2) = 16 - 12 + 4 = 8$$

9.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7} \quad \frac{4\pi}{28} = \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{28}$$

를 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 범위는  $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.  
 $\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{8}{7}\pi$     ②  $\frac{17}{14}\pi$     ③  $\frac{9}{7}\pi$     ④  $\frac{19}{14}\pi$     ⑤  $\frac{10}{7}\pi$



$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{7}\right) = \frac{2\pi}{4} - \frac{\pi}{7} = \frac{5\pi}{14}$$

$$\beta = 2\pi - \alpha = \frac{28\pi}{14} - \frac{5\pi}{14} = \frac{23\pi}{14}$$

$$\therefore \beta - \alpha = \frac{18\pi}{14} = \frac{9}{7}\pi$$

3 20

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(-2, f(-2))$ 에서의 접선과

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, 3)$ 에서의 접선이

점  $(1, 3)$ 에서 만날 때,  $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 31    ② 33    ③ 35    ④ 37    ⑤ 39

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \leftarrow (2, 3)$$

$$\textcircled{1} \quad 3 = 8 + 4a + 2b + c$$

$$\therefore 4a + 2b + c = -5$$

$$\textcircled{2} \quad y - f(-2) = f'(-2)(x + 2) \leftarrow (1, 3)$$

$$3 - f(-2) = f'(-2) \times 3$$

$$f'(-2) = 12 - 4a + b$$

$$f(-2) = -8 + 4a - 2b + c$$

$$3 - 8 - 4a + 2b - c = (12 - 4a + b) \times 3$$

$$11 - 4a + 2b - c = 36 - 12a + 3b$$

$$\therefore 8a - b - c = 25$$

$$\textcircled{3} \quad y - 3 = (12 + 4a + b)(x - 2) \leftarrow (1, 3)$$

$$(f'(2) = 12 + 4a + b)$$

$$0 = -12 - 4a - b$$

$$\therefore 4a + b = -12$$

$$8a + 4b + 2c = -10$$

$$8a - b - c = 25$$

$$5b + 3c = -35$$

$$15b + 9c = -105$$

$$15b + 5c = -245$$

$$4c = 140$$

$$35$$

$$8a - b - c = 25$$

$$8a + 2b = -24$$

$$9b + c = 49$$

$$49$$

$$5$$

$$245$$

$$C = 35$$



11. 두 점 P와 Q는 시각  $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)과 점 B(8)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 4t - 7, \quad v_2(t) = 2t + 4$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 처음으로 4가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 10    ② 14    ③ 19    ④ 25    ⑤ 32

$$x_1(t) = t^3 + 2t^2 - 7t + 1 \Rightarrow$$

$$x_2(t) = t^2 + 4t + 8$$

$$\text{아래, } f(t) = t^3 + t^2 - 11t - 7 \text{ 라 하자.}$$

$$\textcircled{1} \quad t^3 + t^2 - 11t - 7 = 0$$

$$\Rightarrow t^3 + t^2 - 11t - 11 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 1 & -11 & -11 \\ & & -1 & 0 & 11 \\ \hline & 1 & 0 & -11 & 0 \end{array}$$

$$\therefore f(t) = (t+1)(t^2-11) = 0$$

$$\therefore t = \sqrt{11} \quad (\because t \geq 0)$$

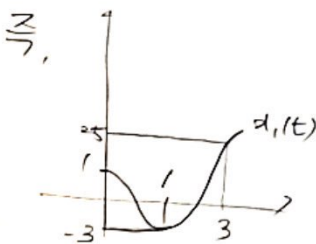
$$\textcircled{2} \quad t^3 + t^2 - 11t - 7 = -4$$

$$\Rightarrow t^3 + t^2 - 11t - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 1 & -11 & -3 \\ & & 3 & 12 & 3 \\ \hline & 1 & 4 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\therefore f(t) = (t-3)(t^2+4t+1) = 0$$

$$\therefore t = 3, \quad -2 \pm \sqrt{3}$$



$$x_1(1) = 1 + 2 - 7 + 1 = -3$$

$$x_1(3) = 27 + 18 - 21 + 1 = 25$$

$$(\text{움직인 거리}) = 4 + 28 = 32$$

12. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_1 = a \quad \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 172    ② 175    ③ 178    ④ 181    ⑤ 184

$$\textcircled{1} \quad a : \text{홀}$$

$$a_2 = a + 1$$

$$a_3 = \frac{1}{2}(a+1) \quad \begin{cases} a+1 : 2, 6, 10, \dots \\ a+1 : 4, 8, 12, \dots \end{cases}$$

$$1) \quad a_4 = \frac{1}{2}(a+1) + 1$$

$$\Rightarrow a_2 + a_4 = \frac{3}{2}(a+1) + 1 = 40 \quad ; \quad \frac{3}{2}(a+1) = 39 \quad a+1 = 26 \quad \therefore a = 25 \quad o.k.$$

$$2) \quad a_4 = \frac{1}{4}(a+1)$$

$$\Rightarrow a_2 + a_4 = \frac{5}{4}(a+1) = 40 \quad , \quad a+1 = 32 \quad \therefore a = 31 \quad o.k.$$

$$\textcircled{2} \quad a : \text{짝}$$

$$a_2 = \frac{1}{2}a \quad \begin{cases} a : 2, 6, 10, \dots \\ a : 4, 8, 12, \dots \end{cases}$$

$$1) \quad a_3 = \frac{1}{2}a + 1$$

$$a_4 = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_2 + a_4 = \frac{3}{4}a + \frac{1}{2} = 40 \quad , \quad 3a + 2 = 160 \quad 3a = 158 \quad \frac{1}{3} \quad (x)$$

$$2) \quad a_3 = \frac{1}{4}a \quad \begin{cases} a : 4, 12, 20, \dots \\ a : 8, 16, 24, \dots \end{cases}$$

$$i) \quad a_4 = \frac{1}{4}a + 1 \Rightarrow a_2 + a_4 = \frac{3}{4}a + 1 = 40 \quad \frac{3}{4}a = 39 \quad a = 52 \quad o.k.$$

$$ii) \quad a_4 = \frac{1}{8}a \Rightarrow a_2 + a_4 = \frac{5}{8}a = 40 \quad \therefore a = 64 \quad o.k.$$

$$\therefore 25 + 31 + 52 + 64 = 172$$

13. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수

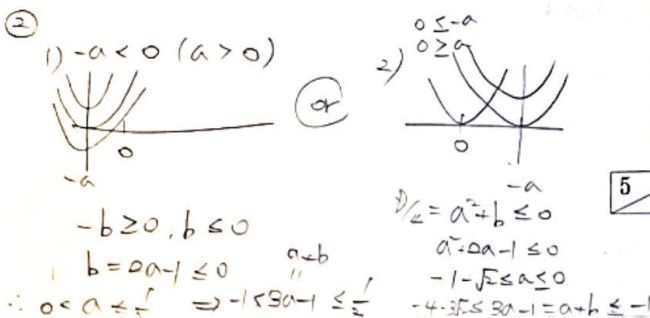
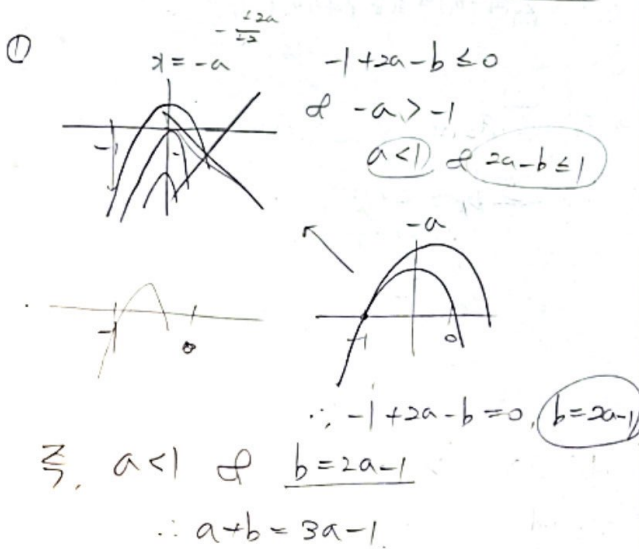
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간  $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간  $[-1, \infty)$ 에서 증가할 때,  $a+b$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M-m$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$     ②  $3 + 3\sqrt{2}$     ③  $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$     ④  $6 + 3\sqrt{2}$     ⑤  $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

①  $y' = -x^2 - 2ax - b : (-\infty, -1]$  감소  
 $\Rightarrow -x^2 - 2ax - b \leq 0$  in  $(-\infty, -1]$   
 $\Leftrightarrow -x^2 - 2ax - b \geq 0$  in  $(1, 0)$

②  $y' = x^2 + 2ax - b : [0, \infty)$  증가  
 $\Rightarrow x^2 + 2ax - b \geq 0$  in  $[0, \infty)$



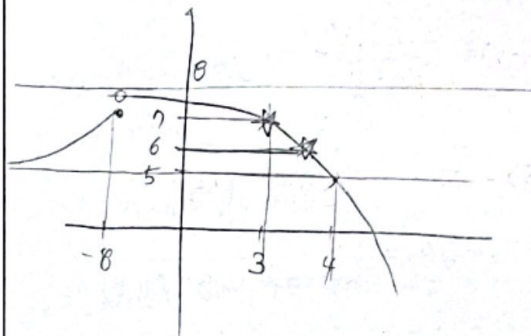
14. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]

집합  $\{f(x) | x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 범위는  $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

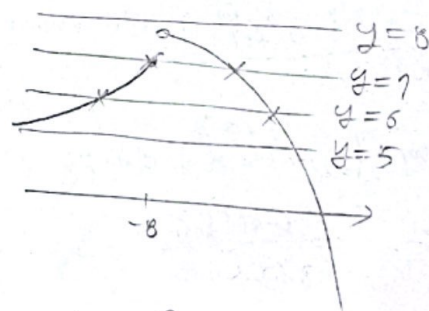


$$6 \leq 2^{-8+a} + 5 < 8$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2^{-8+a} < 3$$

$$\therefore a = 8, 9$$

④  $a = 9 \Rightarrow k < 3$  or  $5 < k$  X



$$\therefore a = 8 \quad \therefore a + b = 8 + 5 = 13$$

5/20

$$-4 - 3\sqrt{2} \leq a + b \leq \frac{1}{2}$$

$$M - m = \frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$$



15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자.  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$  일 때,  $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14    ② 16    ③ 18    ④ 20    ⑤ 22

(if)  $f(3) \neq 0$  일 때.  $\Rightarrow$   $\frac{f(3+3)\{f(3)+1\}}{f(3)}$  이고  $\frac{f(3)}{f(3)} \neq 0$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) \text{ 이 되어 안됨}$$

$\therefore f(3) = 0$  이거나  $\Rightarrow$   $\frac{f(3+3)\{f(3)+1\}}{f(3)}$  이고  $\frac{f(3)}{f(3)} \neq 0$  이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} = 2$$

$$f(x) \rightarrow 0 \text{ 이므로 } f(6)\{f(3)+1\} = 0$$

$$\therefore f(6) = 0$$

아니,  $f(x) = (x-3)(x-6)(x-k)$  일 때.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} = 2$$

(if)  $k=3$  이면  $f(3)+1=0$  이 되어 안됨

$$\therefore k \neq 3 \text{ 이고, } \frac{f(6-k)\{f(3)+1\}}{f(3)(3-k)} = 2$$

$$6-k = -6+2k, \therefore k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

$$g(5) = \frac{f(8)\{f(5)+1\}}{f(5)}$$

$$= \frac{5 \times 2 \times 14 \times f(5)}{2 \times (5-4) \times f(5)} = 20$$

단답형

16. 방정식  $\log_2(x-1) = \log_4(13+2x)$ 를 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_2(x-1) = \frac{1}{2} \log_2(13+2x)$$

$$x-1 = \sqrt{13+2x}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 13 + 2x$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ or } 6$$

17. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24

$$\sum a_k = 10$$

$$\sum b_k = -14$$

$$\therefore 10 - (-14) = 24$$

18. 함수  $f(x) = (x^2+1)(x^2+ax+3)$ 에 대하여  $f'(1) = 32$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

5

$$f'(x) = 2x(x^2+ax+3) + (x^2+1)(2x+a)$$

$$f'(1) = 2(4+a) + 2 \times (2+a)$$

$$= 8+2a+4+2a$$

$$= 4a+12=32$$

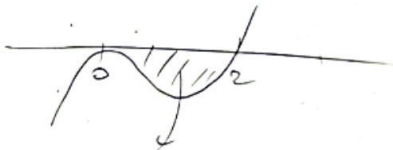
$$\therefore a=5$$

19. 두 곡선  $y=3x^3-7x^2$ 과  $y=-x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

4

$$3x^3-6x^2=0$$

$$3x^2(x-2)=0$$

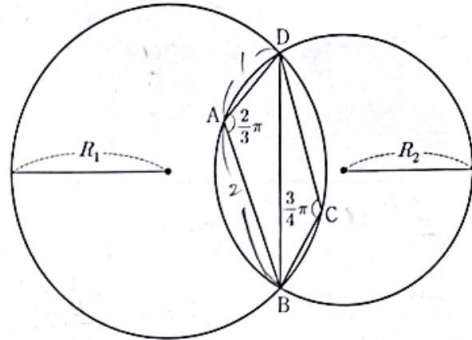


$$\frac{3}{12} (2)^4 = \frac{16}{4} = 4$$

20. 그림과 같이

$$\overline{AB}=2, \overline{AD}=1, \angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를  $R_1$ , 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를  $R_2$ 라 하자.



다음은  $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD} \rightarrow R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{9} = \frac{\sqrt{18}}{2}$$

이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = \frac{(7)}{2} \times \overline{BD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = 2R_2$$

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - (2 \times 1 \times \cos(\frac{2\pi}{3})) = 4 + 1 - (-1) = 6 \rightarrow \overline{BD} = \sqrt{6}$$

이므로

$$R_1 \times R_2 = (4)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 이라 할 때,  $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

98

$$p = -\frac{1}{\sqrt{3}}, q = -2, r = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore 9 \times \left( \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \times (-2) \times \left( -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \right)^2 = 98$$

21. 모든 항이 자연수인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_7$ 이 13의 배수이고

$$\sum_{k=1}^7 S_k = 644 \text{ 일 때, } a_2 \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

(19)

$$a_7 = 13l \quad (l: \text{자연수})$$

$$a_1 = 13l - 6d \quad (d: \text{자연수})$$

$$S_k = \frac{k\{26l - 12d + (k-1)d\}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \{26ld - 12dk + k(k-1)d\}$$

$$\sum_{k=1}^7 k = \frac{1+7}{2} \cdot 7 = 28, \quad \sum_{k=1}^7 (k^2 - k) = \frac{1 \cdot 8 \cdot 15}{6} - 28$$

$$= 140 - 28 = 112$$

$$\therefore \sum_{k=1}^7 S_k = (13l - 6d) \times 28 + 56d = 644$$

$$13l - 6d + 2d = 23$$

$$13l - 4d = 23, \quad 13l = 23 + 4d$$

$$l=1, d=x$$

$$l=2, d=x$$

$$l=3, d=4$$

$$l=4, d=x$$

$$l=5, d=x$$

$$l=6, d=x$$

$$a_1 = 23 - 2d > 0$$

$$18 = 23 - 2d$$

$$\frac{39}{18}$$

$$\frac{39}{24}$$

$$\frac{18}{23}$$

$$a_2 = 39 - 24 + 4$$

$$= 19$$

22. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x)$ 의 한 부정적분을  $F(x)$ 라 하고  $g(x)$ 의 한 부정적분을  $G(x)$ 라 할 때, 이 함수들은 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x f(t) dt = xf(x) - 2x^2 - 1$$

$$(나) f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1 = \{F(x), G(x)\}$$

$$F(x), G(x)$$

$$\int_1^3 g(x) dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

$$G(3) - G(1) = (9 + 3d) - (1 + d) = 8 + 2d$$

$$(7b) f(1) - 3 = 0, \quad f'(1) = 3$$

$$f(x) = f(1) + x f'(1) - 4x$$

$$\therefore f(x) = 4 \Rightarrow f(x) = 4x - 1$$

$$(4b) F(x), G(x) = 2x^4 + x^3 + x + C$$

$$\Rightarrow (2x^4 - x + a)(x^2 + dx + e)$$

$$= \dots + (2d-1)x^3 + \dots$$

$$2d-1=1 \quad (d=1)$$

$$\therefore 8+2d=10$$

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.



## 제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{3}{2}$     ③  $\frac{5}{2}$     ④  $\frac{7}{2}$     ⑤  $\frac{9}{2}$

$$\frac{7x}{2x} \rightarrow \frac{7}{2}$$

24. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \cos 2t, \quad y = \sin^2 t$$

에서  $t = \frac{\pi}{4}$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

$$\frac{dx}{dt} = 1 - 2\sin 2t \Big|_{t=\frac{\pi}{4}} = -1$$

$$\frac{dy}{dt} = 2\sin t \cos t \Big|_{t=\frac{\pi}{4}} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

25. 함수  $f(x) = x + \ln x$ 에 대하여  $\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) f(x) dx$ 의 값은?

$$f(e) = e + 1$$

$$f(1) = 1$$

①  $\frac{e^2}{2} + \frac{e}{2}$

②  $\frac{e^2}{2} + e$

③  $\frac{e^2}{2} + 2e$

④  $e^2 + e$

⑤  $e^2 + 2e$

$$\int_1^e \frac{f(x)f'(x)}{x} dx = \left[ \frac{f(x)}{2} \right]_1^e - \int_1^e \frac{f'(x)}{2} f(x) dx$$

$$= \frac{f(e)}{2} - \frac{f(1)}{2} = \frac{e+1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e}{2}$$

$$\therefore \left( \frac{e}{2} \right) = \frac{1}{2} (e+1)^2 - 1$$

$$= \frac{1}{2} e^2 + e$$

26. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 등비수열  $\{b_n\}$ 에 대하여  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $a_2 b_2 = 1$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{a_n a_{n+1}} + b_n \right) = 2$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{7}{6}$

②  $\frac{6}{5}$

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{4}{3}$

⑤  $\frac{3}{2}$

$$d > 0$$

$$a_n = 1 + (n-1)d \quad a_2 b_2 = (d+1)t = 1$$

$$b_n = t^{n-1}$$

$$\therefore d+1 = \frac{1}{t} - d = \frac{1}{t} - 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n - a_n} \left( \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)$$

$$= \frac{1}{d} \left\{ \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots \right\}$$

$$= \frac{1}{d}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{1-t}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{1-t} = 2$$

$$\frac{t}{1-t} + \frac{1}{1-t} = 2$$

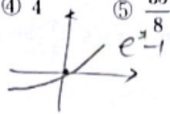
$$\frac{t+1}{1-t} = 2, \quad 2-2t = t+1$$

$$3t = 1 \quad \therefore t = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \left( \frac{3}{2} \right)$$

27.  $x = -\ln 4$ 에서  $x = 1$ 까지의 곡선  $y = \frac{1}{2}(|e^x - 1| - e^{|x|} + 1)$ 의 길이는? [3점]

- ①  $\frac{23}{8}$     ②  $\frac{13}{4}$     ③  $\frac{29}{8}$     ④ 4    ⑤  $\frac{35}{8}$



①  $-\ln 4 \leq x < 0$

$$y = \frac{1}{2}(e^x + 1 - e^{-x} + 1) = \frac{1}{2}(-e^x - e^{-x} + 2)$$

$$y' = \frac{1}{2}(-e^x + e^{-x})$$

$$(y')^2 + 1 = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x} - 2) + 1$$

$$= \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x} + 2)$$

$$= \left(\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})\right)^2$$

$$\therefore L = \int_{-\ln 4}^0 \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_{-\ln 4}^0 (e^x + e^{-x}) dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})\right]_{-\ln 4}^0$$

$$= \left(\frac{1}{2}(1 - 1) - \frac{1}{2}(e^{-\ln 4} - e^{\ln 4})\right)$$

$$= -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4} - 4\right) = \frac{15}{8}$$

②  $0 \leq x < 1$

$$y = \frac{1}{2}(e^x - 1 - e^x + 1) = 0$$

$$\therefore L = \int_0^1 \sqrt{1 + 0} dx = 1$$

$$\therefore \frac{15}{8} + 1 = \frac{23}{8}$$

28. 실수  $a$  ( $0 < a < 2$ )에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

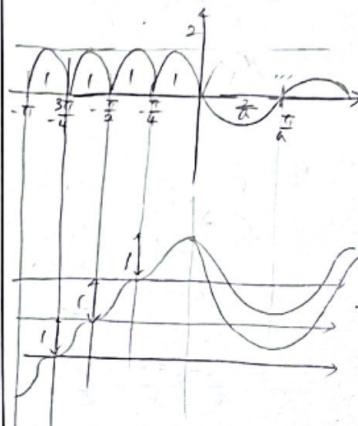


이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|, \quad h(-a\pi) = 0, \quad h'(x) = f(x)$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{3}{4}$     ③ 1    ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{3}{2}$



$$\int_0^{\pi/4} 2\sin 4x dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos 4x\right]_0^{\pi/4}$$

$$= -\frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{2}(1)$$

$$= 1$$

$$\int_0^{\pi/a} \sin ax dx = \left[-\frac{1}{a}\cos ax\right]_0^{\pi/a} = -\frac{1}{a}(-1) + \frac{1}{a}(1) = \frac{2}{a}$$

①  $-a\pi = -\frac{\pi}{4}, a = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{a} = 8$  (x)

②  $-a\pi = -\frac{\pi}{2}, a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{a} = 4$

③  $-a\pi = -\frac{3\pi}{4}, a = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{8}{3} < 3$  (o)

$\therefore a$ 의 최솟값  $\frac{5}{4}$



## 단답형

29. 두 실수  $a, b (a > 1, b > 1)$ 에

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + a^{n+1}}{3^{n+1} + a^n} = a, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{9}{a}$$

물 만족시킬 때  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

①  $1 < a < 3$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (\frac{a}{3})^n \times a}{3 + (\frac{a}{3})^n} = \frac{1}{3} = a \quad \text{ㄹ}$$

②  $a = 3$

$$\frac{4 \cdot 3^n}{4 \cdot 3^n} = a = 1 \quad \text{ㄹ}$$

$\therefore a > 3$

①  $1 < b < a : \lim_{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{a} = \frac{9}{a} \quad \text{ㄹ}$

$$\textcircled{2} a = b : \frac{(a+1)a^n}{(a+1)a^n} = 1 = \frac{9}{a}$$

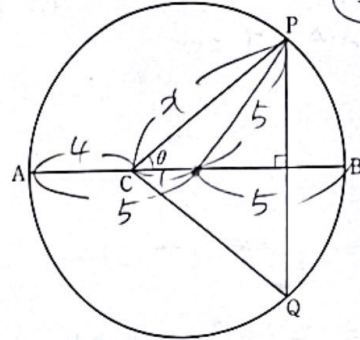
$$\therefore a = 9$$

③  $b > a > 1$

$b = \frac{1}{a}, ab = 9$

$a > 3, b > 3 \Rightarrow ab > 9 \quad \text{ㄹ}$

30. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에  $\overline{AC} = 4$ 인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를  $\angle PCB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



$x^2 + (-2x \cos \theta)^2 = 25$

$x = C \pm \sqrt{C^2 + 24}$

$\therefore x = C + \sqrt{C^2 + 24}$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} (C^2 + C^2 + 24 + 2C\sqrt{C^2 + 24}) \times \sin 2\theta$$

$$= C^2 + C\sqrt{C^2 + 24} + 12 \times \sin 2\theta$$

$$S'(\theta) = (-2C - \sqrt{C^2 + 24} + C \times \frac{-2C \cos \theta}{\sqrt{C^2 + 24}}) \times \sin 2\theta$$

$$+ (\sin) \times 2 \cos 2\theta$$

$$\therefore S'(\frac{\pi}{4}) = (-1) - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= -1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = -\frac{14 + 49 + 1}{14}$$

$$= -\frac{64}{14} = -\frac{32}{7}$$

$\therefore (-7) \times S'(\frac{\pi}{4}) = \textcircled{32}$

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.