

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. $3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여
집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 3$, $a_4 = 9$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면
함수 $y = \sqrt{2x-4}$ 의 그래프와 일치한다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

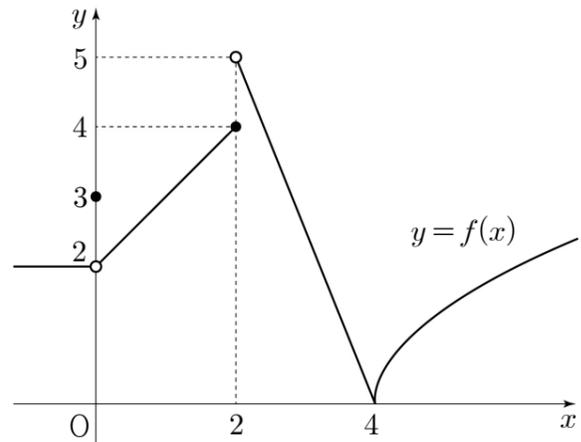
5. $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{5 + \left(\frac{1}{2}\right)^n} = 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)f(x) = 3$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2-1)f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

9. 실수 a 에 대한 조건

‘어떤 실수 x 에 대하여 $(x-1)^2 + ax \neq x^2 + 1$ 이다.’

의 부정이 참인 명제가 되도록 하는 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} (a_n)^2 + 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 3a_n - 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_4 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

11. 같은 종류의 상자 3개에 같은 종류의 야구공 8개를 남김없이 나누어 담을 때, 빈 상자가 없도록 담는 경우의 수는? [3점]

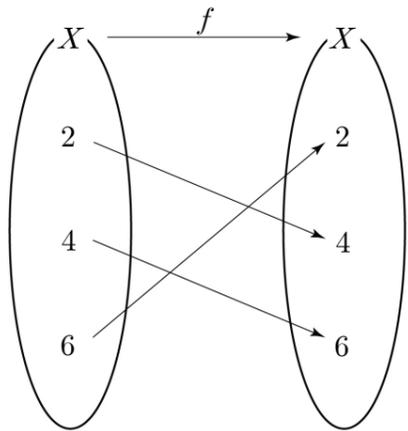
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(7 - \frac{a_n}{2^n}\right) = 19$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2^{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

13. 집합 $X = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응인 두 함수 f, g 가 있다. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



집합 X 의 모든 원소 k 에 대하여 $f(k) \neq g(k)$ 이고 $g(2) = 6$ 일 때, $f^{-1}(6) + g(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

14. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_9 = |S_3| = 27$ 일 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

15. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 가

$$A^c \subset B, \quad n(A \cap B) = 2$$

를 만족시킨다. 집합 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 의 모든 원소의 합이
최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

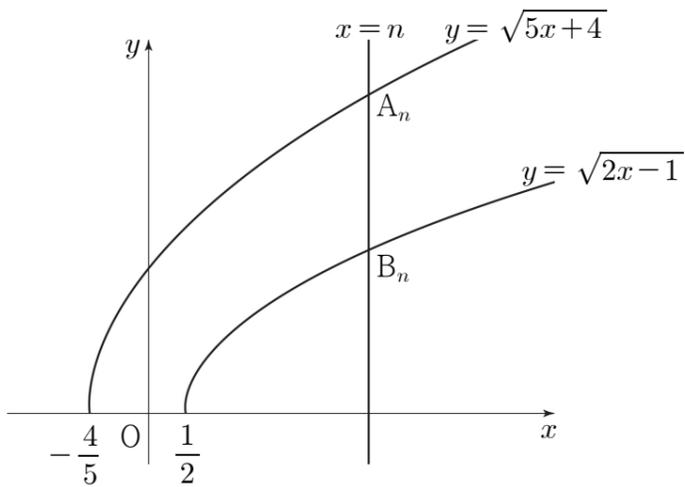
- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 3, 6^b = 5$ 일 때, 2^{ab+a+b} 의 값은?

[4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

17. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 두 곡선 $y = \sqrt{5x+4}$, $y = \sqrt{2x-1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 선분 OA_n 의 길이를 a_n , 선분 OB_n 의 길이를 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12}{a_n - b_n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

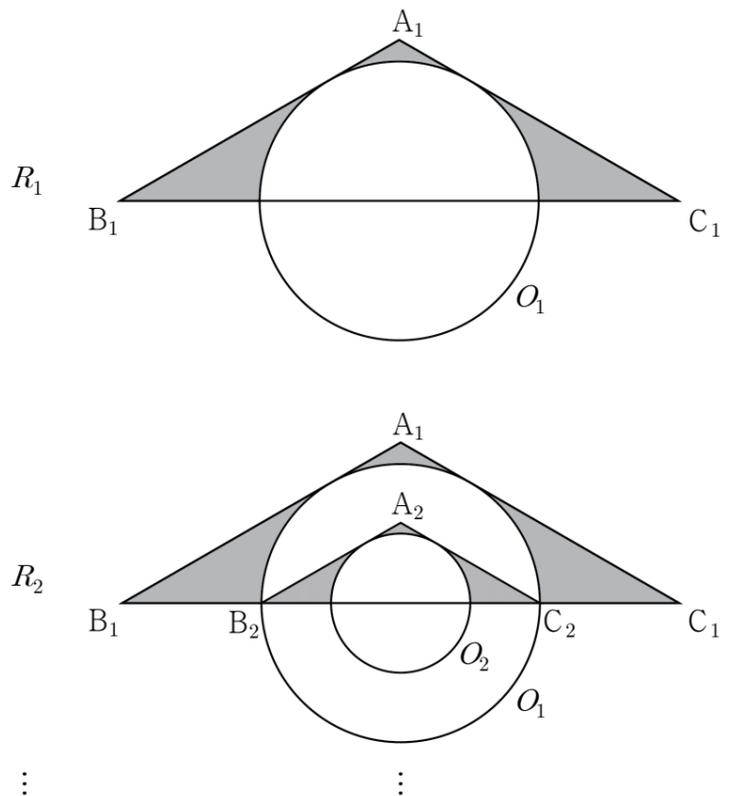


- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

18. $\overline{B_1C_1} = 8$ 이고 $\angle B_1A_1C_1 = 120^\circ$ 인 이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 중심이 선분 B_1C_1 위에 있고 직선 A_1B_1 과 직선 A_1C_1 에 동시에 접하는 원 O_1 을 그리고 이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부와 원 O_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 원 O_1 과 선분 B_1C_1 이 만나는 점을 각각 B_2 , C_2 라 할 때, 삼각형 $A_1B_1C_1$ 내부의 점 A_2 를 삼각형 $A_2B_2C_2$ 가 $\angle B_2A_2C_2 = 120^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 중심이 선분 B_2C_2 위에 있고 직선 A_2B_2 와 직선 A_2C_2 에 동시에 접하는 원 O_2 를 그리고 이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부와 원 O_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{3}\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$ ② $\frac{32}{3}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$
 ④ $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$

19. 좌표평면에서 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x+1} - 5$, $g(x) = \sqrt{x+1}$ 의 그래프에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 곡선 $y = f(x)$ 는 직선 $y = -5$ 와 만나지 않는다.
 ㄴ. $0 \leq x \leq 8$ 일 때, 곡선 $y = g(x)$ 위에 있는 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수는 3이다.
 ㄷ. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = 0$, $x = 8$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는 61이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음은 40 이하의 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 3인 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하는 과정이다.

40 이하의 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 3이므로 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $a = 3m$, $b = 3n$ 이라 하면 m 과 n 은 13 이하의 자연수이다.

순서쌍 (a, b) 를 선택하는 경우는

‘(i) 서로 다른 두 자연수 m, n 을 선택하는 경우’에서
 ‘(ii) 서로 다른 두 자연수 m 과 n 이 서로소가 아닌 경우’를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :

13개의 자연수에서 서로 다른 두 자연수 m, n 을 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(ii)의 경우 :

m 과 n 이 2의 배수인 경우의 수는 ${}_6P_2$ 이고,

m 과 n 이 3의 배수인 경우의 수는 ${}_4P_2$ 이고,

m 과 n 이 5의 배수인 경우의 수는 ${}_2P_2$ 이다.

이 때, m 과 n 이 $\boxed{\text{나}}$ 의 배수인 경우가 중복되므로 서로 다른 두 자연수 m 과 n 이 서로소가 아닌 경우의 수는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 40 이하의 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 3인 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $\boxed{\text{가}} - \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 192 ② 196 ③ 200 ④ 204 ⑤ 208

21. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x-1}{k}\right)^{2n} + 1} \quad (k > 0)$$

에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (f \circ f)(x) & (x = k) \\ (x - k)^2 & (x \neq k) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 상수 k 에 대하여 $(g \circ f)(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

단답형

22. 공비가 5인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_5}{a_3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_3 \neq 0$) [3점]

23. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p: -5 \leq x \leq 10,$$

$$q: -6 \leq x \leq a$$

일 때, p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $(ax+1)^6$ 의 전개식에서 x 의 계수와 x^3 의 계수가 같을 때, 양수 a 에 대하여 $20a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 상수 a, b 에 대하여

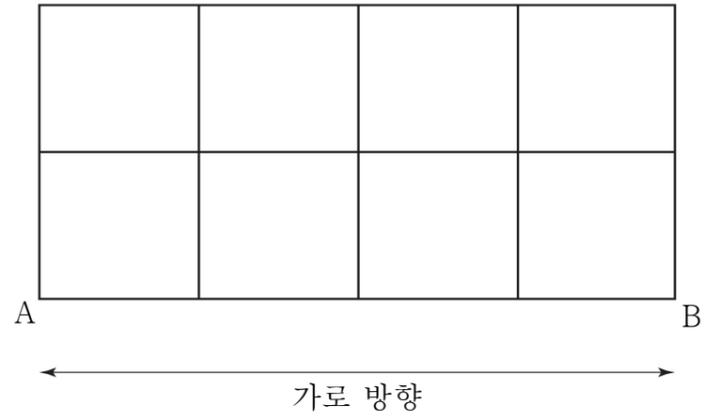
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2-1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{x^2-1} = b$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (k+a_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 세 실수 $3, a, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루고
 $\log_a 3b + \log_3 b = 5$ 를 만족시킨다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 8개로 이루어진
 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점에
 도착할 때, 가로 방향으로 이동한 길이의 합이 4이고 전체 이동한
 길이가 12인 경우의 수를 구하시오. (단, 한 번 지나간 도로는
 다시 지나지 않는다.) [4점]



29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) a, b, c 는 모두 짝수이다.
 (나) $a \times b \times c = 10^5$

30. 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = ax + b,$$

$$g(x) = \frac{1}{ax + b - 2} + 3$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 좌표평면에 나타낸 영역을 R 라 하자.

- (가) $x > 0$ 일 때, $1 < g(x) < 3$
 (나) 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = \frac{1}{x-2} + 3$ 의 그래프의 교점이 제4사분면 위에는 있지 않다.

영역 R 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, $100M$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0$) [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.