

제 2 교시

수학 영역

1. 두 복소수 $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 2 + 3i$ 에 대하여 $z_1 z_2$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

2. 두 다항식 $A = 2x^2 - x + 1$, $B = x^2 - 2x - 1$ 에 대하여
 $2A - B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $3x^2 + 3$ ② $5x^2 - 4x$ ③ $x^2 + x + 2$
④ $3x^2 - 4x + 3$ ⑤ $3x^2 + x + 3$

3. 좌표평면 위의 두 점 $P(5, 7)$, $Q(1, 3)$ 사이의 거리는? [2점]

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{30}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

4. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = (x+1)^2 - 2$ 의 최댓값을 M ,
최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

5. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=5 \\ y+2z=6 \\ z-x=7 \end{cases}$$

을 만족시키는 세 실수 x, y, z 에 대하여 xyz 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$n(U) = 50, n(A \cap B) = 12, n(A^c \cap B^c) = 5$$

일 때, $n((A-B) \cup (B-A))$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

7. 좌표평면 위의 두 직선 $x-2y+2=0, 2x+y-6=0$ 의 교점을 지나고 직선 $x-3y+6=0$ 에 수직인 직선의 y 절편은? [3점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

8. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + x \geq 6 \\ x^2 + 5 < 6x \end{cases}$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 을

x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 도형이
 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = c$ 일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여
 $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : |x| \geq a$$

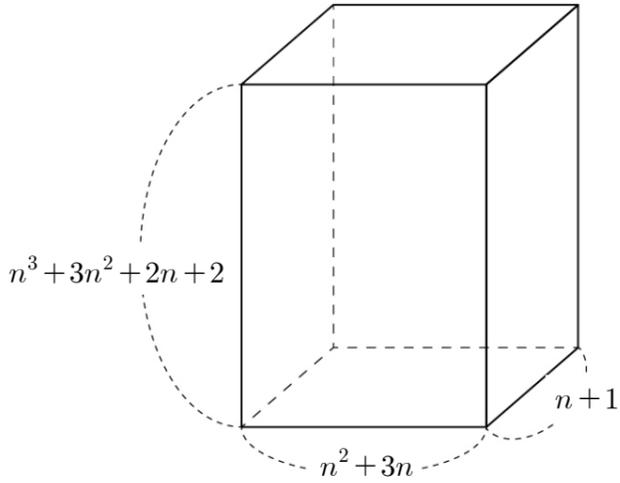
$$q : x < -2 \text{ 또는 } x \geq 4$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값은?

[3점]

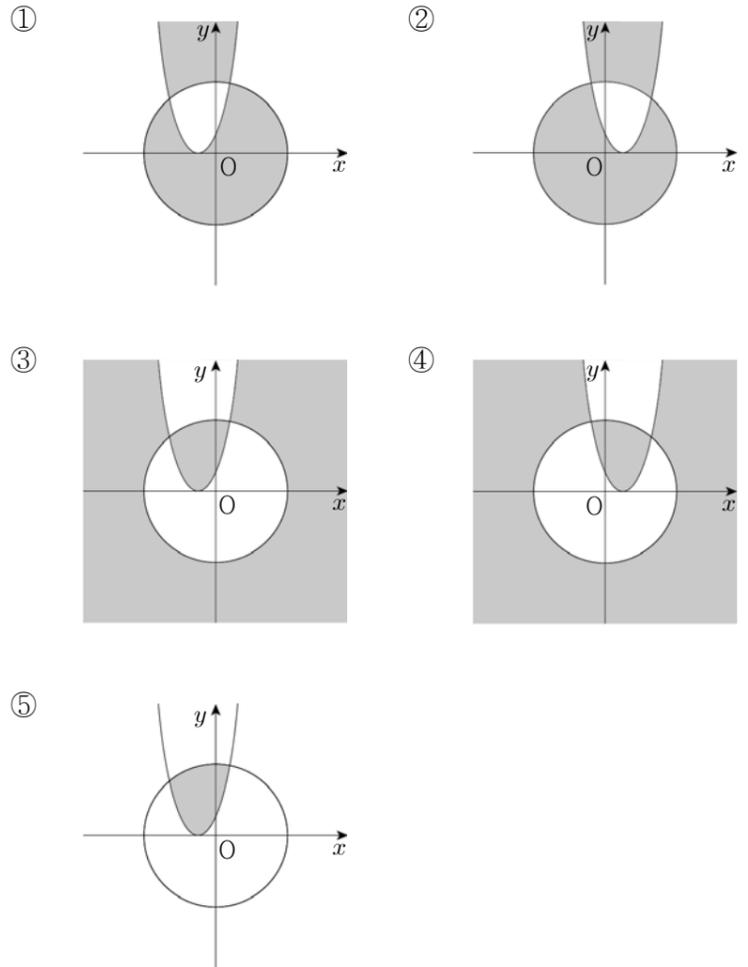
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 밑면의 가로 길이와 세로 길이가 각각 n^2+3n , $n+1$ 이고 높이가 n^3+3n^2+2n+2 인 직육면체가 있다. 이 직육면체를 한 모서리의 길이가 n 인 정육면체로 조각낼 때, 한 모서리의 길이가 n 인 정육면체의 최대 개수는? (단, 남은 조각을 붙여서 정육면체를 만들 수는 없다.) [3점]



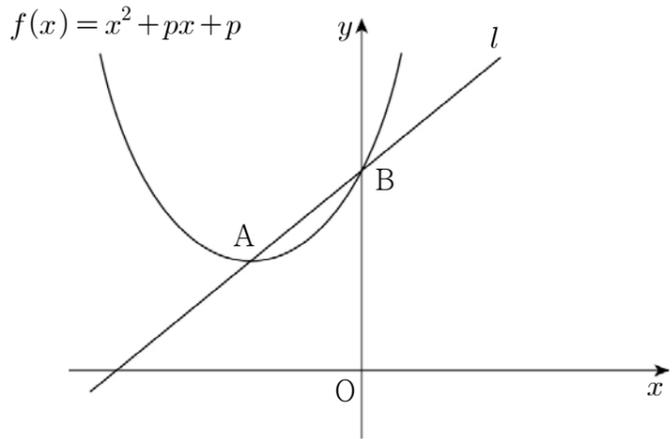
- ① $n(n+1)(n+2)$
- ② $n(n+1)(n+3)$
- ③ $(n+1)(n+2)(n+3)$
- ④ $(n+1)(n+2)(n+4)$
- ⑤ $(n+2)(n+3)(n+4)$

12. 부등식 $(x^2+2x-y+1)(x^2+y^2-9) \leq 0$ 의 영역을 좌표평면 위에 어두운 부분으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 포함한다.) [3점]



[13~14] 0이 아닌 실수 p 에 대하여

이차함수 $f(x) = x^2 + px + p$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, 이 이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점을 B라 할 때, 두 점 A, B를 지나는 직선을 l 이라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 직선 l 의 x 절편은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

14. 직선 l 의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하자.

부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 10이 되도록 하는 정수 p 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

15. 세 실수 a, b, c 에 대하여 한 근이 $1 + \sqrt{3}i$ 인 방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 과 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 이 공통인 근 m 을 가질 때, m 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

16. 후드로 흡입된 오염된 공기는 덕트를 통해 이동된다.



덕트 안의 공기의 밀도를 r , 공기의 속력을 v , 압력을 P 라 하면 다음과 같은 관계가 성립한다고 한다.

$$P = \frac{rv^2}{2g} \quad (\text{단, } g \text{는 중력가속도이다.})$$

집 A 에 있는 덕트 안의 공기의 밀도는 c 이고 압력은 P_A , 집 B 에 있는 덕트 안의 공기의 밀도는 $2c$ 이고 압력은 P_B 이다. 집 A 와 집 B 에 있는 덕트 안의 공기의 속력의 비가 3:5일 때, $P_B = kP_A$ 이다. 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{35}{9}$ ③ $\frac{40}{9}$ ④ 5 ⑤ $\frac{50}{9}$

17. 어느 공방에서는 컵과 접시를 만들 때 주재료로 점토와 유약을 사용한다. 이 공방에서 컵과 접시를 각각 한 개씩 만들 때 사용되는 점토와 유약의 양 및 판매 이익은 다음 표와 같다.

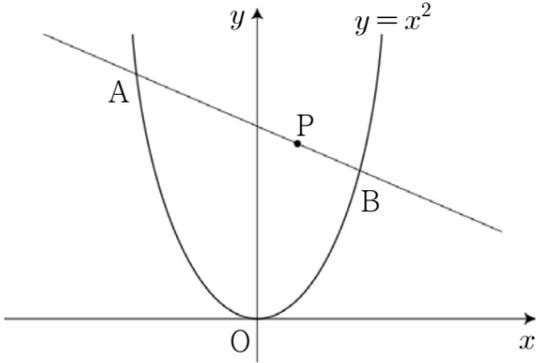
제품	점토(g)	유약(mL)	판매 이익(원)
컵	150	8	5000
접시	100	4	3000

이 공방에서 하루에 사용할 수 있는 점토와 유약의 양은 각각 4200 g, 180 mL를 초과할 수 없을 때, 하루에 만든 컵과 접시를 판매하여 얻을 수 있는 최대 판매 이익은? [4점]

- ① 129000 원 ② 130000 원 ③ 131000 원
- ④ 132000 원 ⑤ 133000 원

18. 임의의 실수 m 에 대하여 부등식 $y > x^2$ 의 영역에 있는 한 점 $P(a, b)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선이 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 중점 M이 그리는 도형의 방정식을 구하는 과정이다.

<증명>



임의의 실수 m 에 대하여 부등식 $y > x^2$ 의 영역에 있는 한 점 $P(a, b)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식은 $y = m(x - a) + b$ ㉠

㉠이 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 만나는 두 점 A, B의 좌표를 각각 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 선분 AB의 중점 M의 좌표를 $M(X, Y)$ 라 하면

x_1, x_2 는 이차방정식 $x^2 - m(x - a) - b = 0$ 의 두 근이므로

$$X = \frac{x_1 + x_2}{2} = \boxed{\text{(가)}} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

$$Y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \boxed{\text{(나)}} - am + b \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉡, ㉢에 의하여 $Y = \boxed{\text{(다)}} X^2 - 2aX + b$

따라서 구하는 도형의 방정식은 $y = \boxed{\text{(다)}} x^2 - 2ax + b$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k) + g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

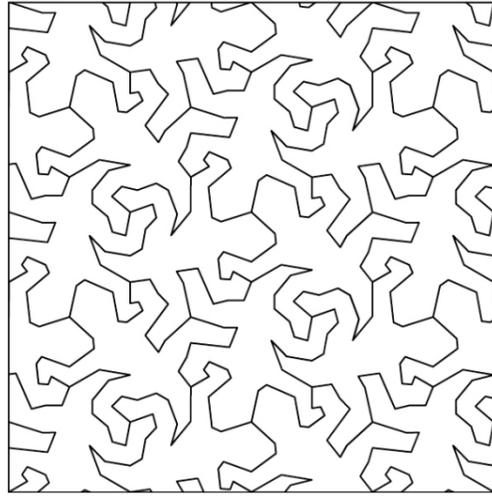
19. 이차 이상의 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)(x-b)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 서로 다른 두 실수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(a) - R(a) = 0$
 ㄴ. $f(a) - R(b) = f(b) - R(a)$
 ㄷ. $af(b) - bf(a) = (a-b)R(0)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 테셀레이션이란 똑같은 모양의 도형을 평행이동과 대칭이동하여 빈틈이나 겹침도 없이 평면을 가득 채우는 것이다. 에스허르(Escher, M. C.)의 ‘도마뱀’이란 작품은 같은 크기와 모양의 여러 마리 도마뱀들이 테셀레이션을 이루고 있다. [그림 1]의 도마뱀은 [그림 2]와 같이 정육각형을 토대로 그려진 것으로 정육각형의 외부에 있는 도마뱀의 나머지 부분은 정육각형의 내부의 여백과 같다.



[그림 1]

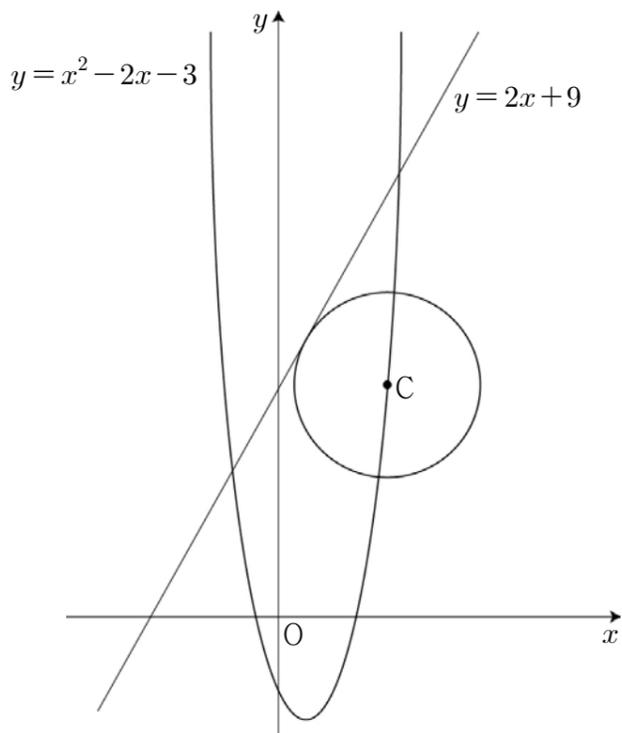


[그림 2]

[그림 1]의 직사각형의 가로 길이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, [그림 1]에 있는 도마뱀 모양 한 개의 넓이는? (단, [그림 1]의 직사각형의 각 꼭짓점은 [그림 2]와 같이 토대가 된 정육각형의 한 꼭짓점이다.) [4점]

- ① $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{4}$

21. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프 위의 점 C의 좌표를 $C(a, b)$ 라 하자. $2a - b + 9 > 0$ 을 만족시키는 점 C를 중심으로 하고 직선 $y = 2x + 9$ 에 접하는 원의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- ① 257 ② 259 ③ 261 ④ 263 ⑤ 265

단답형

22. 모든 실수 x 에 대하여

$$2x^3 - x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x+2)(ax+b)$$

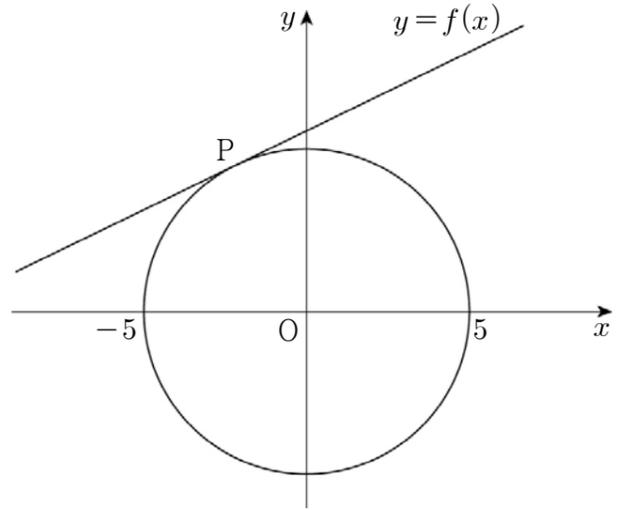
일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

23. 이차함수 $y = 3x^2 - 4x + k$ 의 그래프와 직선 $y = 8x + 12$ 가 한 점에서 만날 때, 실수 k 의 값을 구하시오. [3점]

24. 집합 $A = \{z \mid z = i^n, n \text{ 은 자연수}\}$ 에 대하여
 집합 $B = \{z_1^2 + z_2^2 \mid z_1 \in A, z_2 \in A\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의
 개수를 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

25. 집합 $U = \{1, 2, 3, 6\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 P 에 대하여
 명제 '집합 P 의 어떤 원소 x 에 대하여 x 는 3의 배수이다.'가
 참이 되도록 하는 집합 P 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 25$ 와 직선 $y = f(x)$ 가 제2사분면에
 있는 원 위의 점 P 에서 접할 때, $f(-5)f(5)$ 의 값을 구하시오.
 [4점]



27. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(x_n, y_n)$ 은 다음과 같은 규칙에 따라 이동한다. (단, $x_n y_n \neq 0$)

- (가) 점 P_n 이 $x_n y_n > 0$ 이고 $x_n > y_n$ 이면 이 점을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1} 이다.
- (나) 점 P_n 이 $x_n y_n > 0$ 이고 $x_n < y_n$ 이면 이 점을 x 축에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1} 이다.
- (다) 점 P_n 이 $x_n y_n < 0$ 이면 이 점을 y 축에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1} 이다.

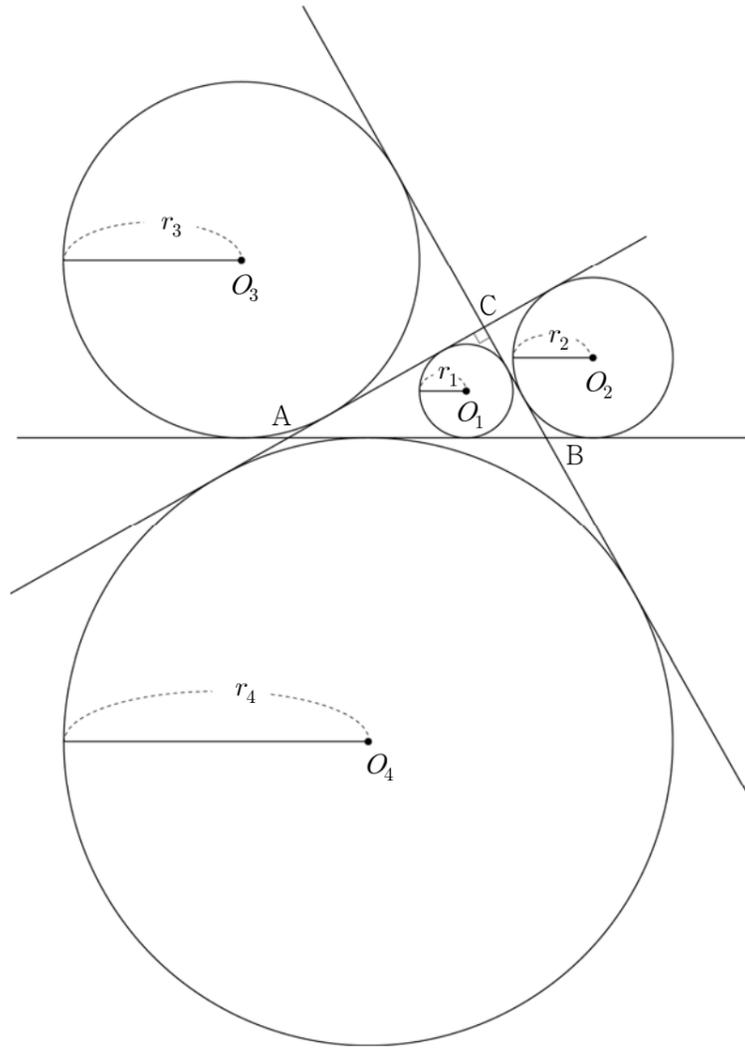
점 P_1 의 좌표가 $(3, 2)$ 일 때, $10x_{50} + y_{50}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

28. 삼각형 ABC 에서 선분 BC 를 $1:3$ 으로 내분하는 점을 D , 선분 BC 를 $2:3$ 으로 외분하는 점을 E , 선분 AB 를 $1:2$ 로 외분하는 점을 F 라 하자. 삼각형 FEB 의 넓이는 삼각형 ABD 의 넓이의 k 배이다. 이때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 이차함수 $f(x)=x^2+px+q$ 가 $f(\alpha^2)=-4\alpha$ 와 $f(\beta^2)=-4\beta$ 를 만족시킬 때, 두 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 직각삼각형 ABC가 있다. 세 직선 AB, BC, CA에 동시에 접하는 네 원 O_1, O_2, O_3, O_4 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3, r_4 라 하자. 직각삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 이고 $r_1=1$ 일 때, $r_2+r_3+r_4$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.