

1 2012학년도 대수능

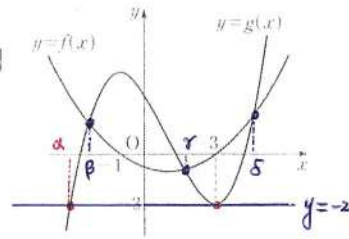
출제 의도 | 함수의 그래프를 이용하여 분수방정식의 실근의 개수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

이차함수 $y=f(x)$ 와 삼차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$f(-1)=f(3)=0$ 이고, 함수 $g(x)$ 가 $x=3$ 에서 극솟값 -2 를 가질 때, 방정식

$$\frac{g(x)+2}{f(x)} - \frac{2}{g(x)} = 1$$
의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



$$t = f(x)g(x) \neq 0$$

$$g(x) \{ g(x)+2 \} - 2f(x) = f(x)g(x)$$

$$g(x) \{ g(x)+2 \} - f(x) \{ g(x)+2 \} = 0$$

$$\{ g(x)+2 \} \{ g(x)-f(x) \} = 0$$

$$\therefore g(x) = -2 \quad \text{or} \quad g(x) = f(x)$$

①

②

$$\textcircled{1} \quad g(x) = -2 \text{ 일 때}$$

$$y = -2 \text{ 와 } y = g(x) \text{ 가 만나는 점들}$$

$$x = \alpha, \quad x = 3$$

무연근

$$(\because f(3)=0)$$

$$\textcircled{2} \quad g(x) = f(x) \text{ 일 때}$$

$$y = f(x) \text{ 와 } y = g(x) \text{ 가 만나는 점들}$$

$$x = \beta, \quad x = \gamma, \quad x = \delta$$

따라서 실근의 개수 4개

2 2014학년도 대수능

출제 의도 | 무리방정식의 근을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

무리방정식 $\sqrt{2x^2-6x} = x^2-3x-4$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

$$\text{let } x^2-3x = t$$

$$\sqrt{2t} = t-4 \Rightarrow t \geq 0 \text{ 와 } t-4 \geq 0 \text{ 이므로 } t \geq 4$$

양변제곱

$$2t = t^2 - 8t + 16$$

$$t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ or } t = 8$$

$$(\because t \geq 4)$$

$$\therefore x^2-3x = 8$$

$$\Rightarrow x^2-3x-8=0$$

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{상수의 용 } -8 = k$$

$$\therefore k^2 = 64$$

출제 의도 | 함수의 그래프를 이용하여 무리방정식의 실근의 개수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

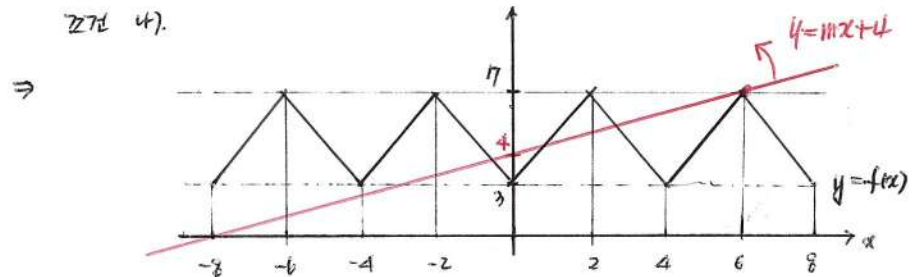
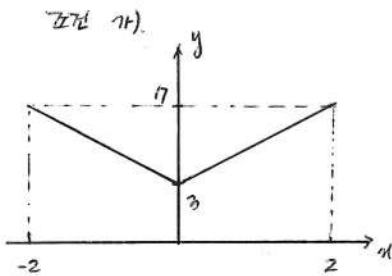
- (가) $-2 \leq x < 2$ 일 때, $f(x) = 2|x| + 3$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 이다.

양수 m 에 대하여 무리방정식

$$\sqrt{f(x) - mx} = f(x) - mx - 2$$

를 만족시키는 서로 다른 실근의 개수가 4 이하가 되도록 하는 m 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$



let $f(x) - mx = t$

$$\sqrt{t} = t - 2 \Rightarrow t \geq 0 \text{ \& } t - 2 \geq 0 \Rightarrow t \geq 2$$

양변 제곱

$$t = t^2 - 4t + 4$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$(t-1)(t-4) = 0$$

$$t = 1, t = 4$$

$$\therefore f(x) - mx = 4 \Rightarrow f(x) = mx + 4$$

\Rightarrow 즉, $y = f(x)$ 와 $y = mx + 4$ 의 교점이 4개 이하.

$y = mx + 4$ 가 (6, 7)을 지날 때 4개

이 때보다 m 이 크면 4개 미만

$$7 = 6m + 4$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{m \geq \frac{1}{2}}$$