

[사고력 문제] $256^{\frac{1}{n}}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 정수 n 의 절댓값의 합을 구하라.

(단, $n \neq 0$)

$$256^{\frac{1}{n}} = (2^8)^{\frac{1}{n}} = 2^{\frac{8}{n}} \text{ 이므로, } \frac{8}{n} \text{이 자연수 일때 성립}$$

$$\therefore n \text{은 } 8 \text{의 양의 약수} \Rightarrow n=1, 2, 4, 8$$

$$\therefore 1+2+4+8=15$$

[문제 해결력 문제] 1 다음 식을 간단히 하라.

$$\frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{100}}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{25}}$$

$$\text{주식} = \frac{\sqrt[3]{2^4} + \sqrt[6]{2^2 \cdot 5^2}}{\sqrt[3]{2^3} + \sqrt[6]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{2}(2 + \sqrt[6]{5^2})}{2 + \sqrt[6]{5^2}} = \sqrt[3]{2}$$

[문제 해결력 문제] 2 $2^{2014} + 2^{2014} + 2^{2015} + 2^{2016} = 2^a$ 일 때,

a 의 값을 구하라.

$$\text{해변} = 2^{2014}(1+1+2+2^2) = 2^{2014} \cdot 2^3 = 2^{2017} \quad \therefore a=2017$$

[문제 해결력 문제] 3 휴대용 계산기에서 어떤 수를 입력하고 근호($\sqrt{\quad}$)표시가 된 키

를 누르면 그 수의 양의 제곱근의 근삿값이 화면에 나타난다. 16을 입력하고 근호를 5번 연속하여 눌렀을 때, 화면에 나타나는 수는 어떤 수의 어림한 값인지 구하라.

$$(16)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{20}} = 2^{\frac{4}{20}} = \sqrt[5]{2}$$

[문제 해결력 문제] 4 이차방정식 $x^2 - ax - 8 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α ,

β 라고 할 때, $\frac{\alpha^{-2} - \beta^{-2}}{\alpha^{-1} - \beta^{-1}} = -\frac{1}{4}$ 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = a$$

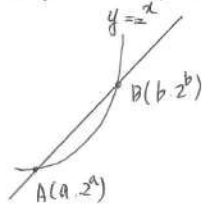
$$\alpha\beta = -8$$

✓ 좌변 분자와 $\alpha\beta^2$ 를 곱하면

$$\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta^2 - \alpha^2\beta} = \frac{(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)}{\alpha\beta(\beta - \alpha)} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{a}{-8} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore a=2$$

[사고력 문제] 곡선 $y = 2^x$ 과 기울기가 3인 직선이 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B의 x좌표는 각각 $a, b(a < b)$ 이고 선분 AB의 길이가 $2\sqrt{10}$ 일 때, $15(2^a + 2^b)$ 의 값을 구하라.



기울기 : 3

$$\therefore \frac{2^b - 2^a}{b - a} = 3 \Rightarrow 2^b - 2^a = 3(b - a)$$

AB의 길이가 $2\sqrt{10}$

$$(b - a)^2 + (2^b - 2^a)^2 = 40 \quad \text{--- ①}$$

$$(b - a)^2 + 9(b - a)^2 = 40$$

$$\therefore (b - a)^2 = 4$$

$$\therefore b - a = 2 \quad (\because b > a)$$

$$\Rightarrow 2^b - 2^a = 6$$

$$b = a + 2 \text{ 이므로}$$

$$6 = 2^{a+2} - 2^a = 2^a(4 - 1) \quad \therefore 2^a = 2, 2^b = 8$$

$$\therefore 15(2^a + 2^b) = 150$$

[문제 해결력 문제] 1 $0 < a < b < c < 1$ 을 만족시키는 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$A = a^a b^b c^c, B = a^a b^c c^b, C = a^b b^c c^a$$

이라고 하자. 이때 A, B, C의 대소 관계를 구하라.

$$\frac{A}{B} = \frac{a^a b^b c^c}{a^a b^c c^b} = \frac{b^{b-c}}{c^{b-c}} = \left(\frac{b}{c}\right)^{b-c} > 1 \quad (\because \frac{b}{c} < 1 \text{ \& } b - c < 0)$$

$$\therefore A > B > C$$

$$\frac{B}{C} = \frac{a^a b^c c^b}{a^b b^c c^a} = \frac{a^{a-b}}{c^{a-b}} = \left(\frac{a}{c}\right)^{a-b} > 1 \quad (\because \frac{a}{c} < 1 \text{ \& } a - b < 0)$$

[문제 해결력 문제] 2 함수 $y = 2^{x-k} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+k}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{8}$ 일 때, 상수 k의 값을 구하라.

$$y = 2^{x-k} + \frac{1}{2^{x+k}} = \frac{2^x}{2^k} + \frac{1}{2^x \cdot 2^k}$$

$$= \frac{1}{2^k} \left(2^x + \frac{1}{2^x} \right) \geq \frac{1}{2^k} \cdot 2 \sqrt{2^x \cdot \frac{1}{2^x}} = \frac{1}{2^{k-1}} = \frac{1}{8} \quad \therefore k = 4$$

$$(\because 2^x > 0, \frac{1}{2^x} > 0)$$

[문제 해결력 문제] 3 바닷속에 분포하는 어느 생물은 1시간이 지날 때마다 그 개체 수가 2배가 된다. 이 생물의 개체 수가 처음의 64배가 되는 것은 몇 시간 후인지 구하라.

$$A \cdot 2^t = 64A \quad \therefore t = 6$$

[문제 해결력 문제] 4 부등식 $a^{2x} - 28 \cdot a^x + b < 0$ 의 해가 $0 < x < 3$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하라. (단, $a > 1$)

$$\text{let } a^x = X \quad X^2 - 28X + b < 0$$

$$\therefore a^3 + 1 = 28 \quad \& \quad b = a^3$$

↑

$$\therefore a = 3, b = 27$$

또한 $0 < x < 3$ 이므로

$$1 = a^0 < a^x < a^3 (\because a > 1) \Rightarrow (X-1)(X-a^3) < 0 \Rightarrow X^2 - (a^3+1)X + a^3 < 0$$

$$\therefore a + b = 30$$

X.