

문제 1 다음 곡선 위의 주어진 점에서 접선의 방정식을 구하여라.

(1) $y = xe^x$, $(1, e)$

(2) $y = \ln(2x - 3)$, $(2, 0)$

예제 2 점 $(0, 0)$ 에서 곡선 $y = x^2 + x + 1$ 에 그은 접선의 방정식을 구하여라.

풀이 $f(x) = x^2 + x + 1$ 라고 하면 $f'(x) = 2x + 1$ 이다. 접점의 좌표를 $(t, t^2 + t + 1)$ 라고 하면 접선의 기울기는 $f'(t) = 2t + 1$ 이므로 접선의 방정식은

$$\begin{aligned}y - (t^2 + t + 1) &= (2t + 1)(x - t) \\y &= (2t + 1)x - t^2 + 1\end{aligned}$$

이다. 이 접선이 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $t^2 - 1 = 0$

$$t = 1 \text{ 또는 } t = -1$$

따라서 접선의 방정식은 $y = 3x$ 또는 $y = -x$

답 $y = 3x, y = -x$

문제 2 다음 곡선 위의 주어진 점에서의 접선의 방정식을 구하여라.

(1) $y = x^3 - 2$, $(0, 0)$

(2) $y = x^2 - x$, $(1, -1)$

[사고력 문제] 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = -3$ 이 성립한다.

다. 함수 $g(x) = (x - 1)^2$ (단, $x \neq 1$)일 때, 곡선 $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ 위의 점 중에서 $x = 2$ 인 점에서의 접선의 방정식을 구하여라.

$$y' = \frac{\frac{f'(x)}{g(x)} - f(x) \cdot \frac{g'(x)}{g(x)^2}}{g(x)^2} \quad \therefore \left(\frac{f'(2)}{g(2)}\right)' = \frac{-3 \cdot 1 - 2 \cdot 2}{1} = -7 \quad \therefore y = -7(x - 2) + 2 = -7x + 16$$

[문제 해결력 문제] 곡선 $y = \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) 위에서 접선이 수평이 되는 점을 구하여라.

$$y' = \cos x - \sin x = 0 \quad \therefore \left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right), \left(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2}\right)$$

$$\therefore \cos x = \sin x$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$