

[사고력 문제] 1 미분가능한 함수  $f(x)$  가 임의의 두 실수  $x, y$  에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) - 2xy$$

를 만족시키고  $f'(0) = 1$  일 때, 함수  $f(x)$  의 도함수를 구하여라.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(h) - 2xh - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(h)}{h} - 2x \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(0+h) - f(0)}{h} - 2x \right) = f'(0) - 2x = 1 - 2x \end{aligned}$$

$\begin{matrix} \text{조건} \\ x=y=0 \text{ 대입} \\ \therefore f(0) = f(0) + f(0) \Rightarrow f(0) = 0 \end{matrix}$

[사고력 문제] 2 모든 실수  $x$  에 대하여 미분가능한 함수  $f(x)$  가

$$(x-2)f(x) = 2x^2 + ax + 2$$

를 만족시킬 때 함수  $f(x)$  의 도함수를 구하여라.

$$\begin{aligned} f: \text{미분가능} &\Rightarrow \text{연속} \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + 2}{x-2} \quad \text{2-324} \\ \therefore 0 + 2a + 2 &= 0 \\ \therefore a &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= \frac{2x^2 - 5x + 2}{x-2} = 2x - 1 \\ \therefore f'(x) &= 2 \end{aligned}$$

[문제 해결력 문제] 1  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 1}{x - 1}$  을 구하여라.

$$\begin{aligned} \text{let } f(x) &= x^{2018} \\ \therefore f'(x) &= 2018x^{2017} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= f'(1) \Rightarrow f'(1) = 2018 \end{aligned}$$

[문제 해결력 문제] 2 다항함수  $f(x)$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = a$  일 때,

$$\Rightarrow f(2) = 2, f'(2) = a.$$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-20 + \sum_{k=1}^{10} f(2+kh)}{h} = 55$  가 성립한다. 상수  $a$  의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-10f(2) + \sum_{k=1}^{10} f(2+kh)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \left( \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \right) + 2 \left( \frac{f(2+2h) - f(2)}{2h} \right) + \dots + 10 \left( \frac{f(2+10h) - f(2)}{10h} \right) \right\} \\ &= f'(2) + 2f'(2) + \dots + 10f'(2) = 55f'(2) = 55 \\ \therefore f'(2) &= 1 = a \quad \therefore a = 1 \end{aligned}$$