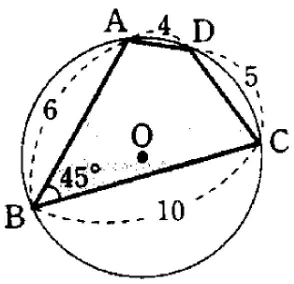
호남고1

점수	
문항수	25문항

학교 : 　　학원 : 　　학년 : 　　이름 :

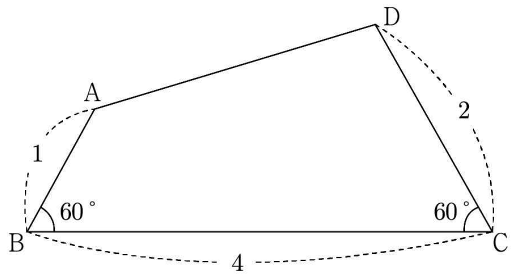
1. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=10$, $\overline{CD}=5$, $\overline{DA}=4$, $\angle ABC=45°$일 때, □ABCD 의 넓이를 구하시오.



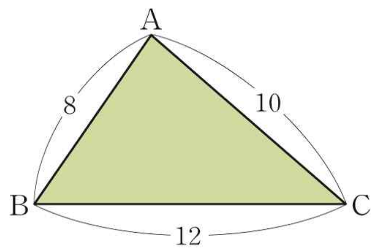
2. $\triangle ABC$ 에서 $b+c=16$이고 $A=60^{\circ}$일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이의 최댓값은?

① $4\sqrt{3}$　　② $8\sqrt{3}$
③ $12\sqrt{3}$　　④ $16\sqrt{3}$
⑤ $20\sqrt{3}$

3. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CD}=2$이고, $B=60^{\circ}$, $C=60^{\circ}$일 때, 사각형 ABCD의 넓이가 $\dfrac{q\sqrt{3}}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



4. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 $a=12$, $b=10$, $c=8$일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\cos B$ 의 값

(2) $\triangle ABC$ 의 넓이

(3) 외접원의 반지름의 길이

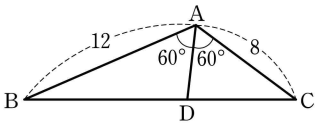
5. 삼각형 ABC에서 다음 등식이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 말하시오.

(1) $\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$

(2) $\sin A=2\cos B\sin C$

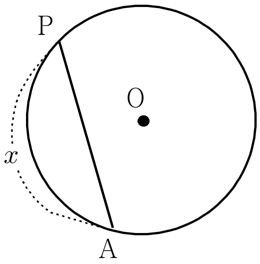
6. 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형 ABC의 넓이가 S일 때, $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 임을 확인하여라. $\left(\text{단, } s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=12$, $\overline{AC}=8$, $\angle CAB=120°$이다. $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AD}$의 길이는?

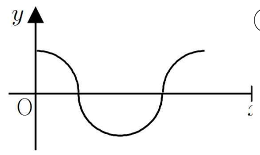


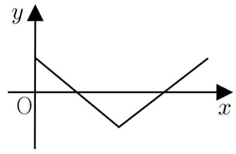
① $\dfrac{6}{5}$ ② 2 ③ $\dfrac{12}{5}$ ④ 4 ⑤ $\dfrac{24}{5}$

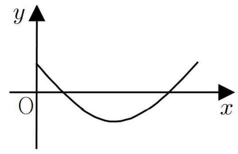
8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 O의 원주 위의 한 정점 A에서 동점 P가 출발하여 시계방향으로 한 바퀴 회전한다.

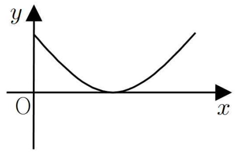


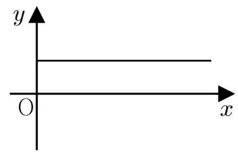
이때, 호 AP의 길이를 x라 하고 $f(x)=2-\overline{AP}^2$으로 정의할 때, 함수 $f(x)$의 그래프의 개형은?

①


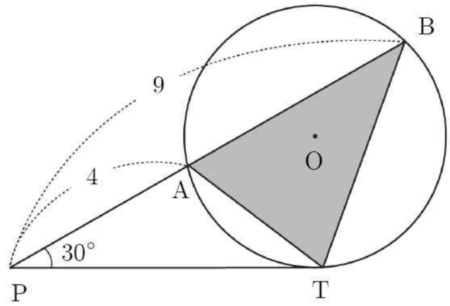
②


③


④


⑤


9. 그림과 같이 직선 PT는 원 O의 접선이고, $\overline{PA}=4$, $\overline{PB}=9$, $\angle APT=30°$이다. 삼각형 ABT의 넓이를 S라 할 때, 10S의 값을 구하여라.



10. 삼각형 ABC의 세 내각 A, B, C가

$$\frac{\sin A-\sin C\cos B}{\sin B-\sin C\cos A}=1$$

을 만족시킬 때, 세 변의 길이 a, b, c사이의 관계로 옳은 것은?(단, $C\neq 90°$)

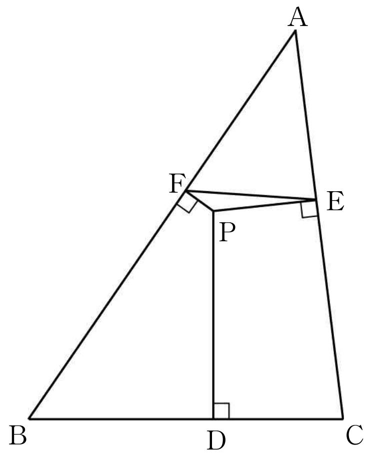
① $a=b$ ② $a=c$
③ $b=c$ ④ $a^2=b^2+c^2$
⑤ $b^2=a^2+c^2$

11. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

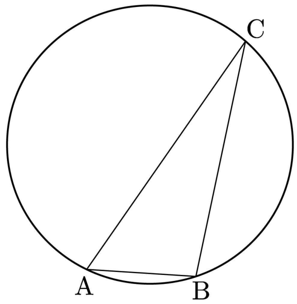
(가) $\cos A=-\dfrac{1}{4}$
(나) $\sin B+\sin C=\dfrac{9}{8}$

삼각형 ABC의 넓이가 $\sqrt{15}$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는 $\dfrac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

12. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$, $\overline{\mathrm{CA}}=5$인 삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에서 세 변 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 한다. $\overline{\mathrm{PD}}=\sqrt{7}$, $\overline{\mathrm{PE}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$일 때, 삼각형 EFP의 넓이는 $\dfrac{q}{p}\sqrt{7}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

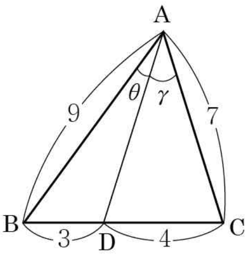


13. 그림과 같이 원 C에 내접하고 $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 원 C의 넓이가 $\dfrac{49}{3}\pi$일 때, 원 C 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.)

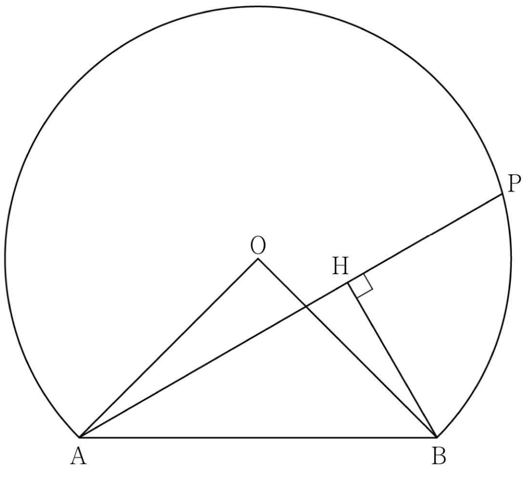


① $\dfrac{32}{3}\sqrt{3}$ ② $\dfrac{34}{3}\sqrt{3}$
③ $12\sqrt{3}$ ④ $\dfrac{38}{3}\sqrt{3}$
⑤ $\dfrac{40}{3}\sqrt{3}$

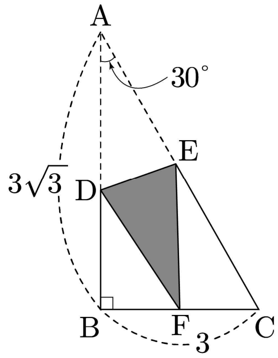
14. 다음 그림에서 $\dfrac{\sin r}{\sin\theta}$의 값을 구하여라. (단, $\sin(180^\circ - x) = \sin x$)



15. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\dfrac{3}{2}\pi$인 부채꼴 OBA가 있다. 호 BA 위에 점 P를 $\angle\mathrm{BAP} = \dfrac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 점 B에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{OH}}^2$의 값은 $m + n\sqrt{3}$이다. $m^2 + n^2$의 값을 구하시오. (단, m, n은 유리수이다.)

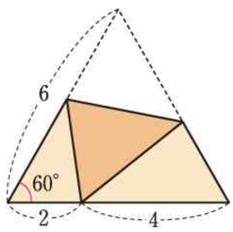


16. 그림과 같이 $\angle\mathrm{B} = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 A와 변 BC의 중점 F가 겹치도록 접는다. $\angle\mathrm{A} = 30^\circ$, $\overline{\mathrm{AB}} = 3\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3$라 할 때, 삼각형 DFE의 넓이를 구하면?



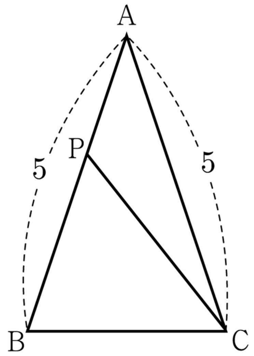
① $\dfrac{507\sqrt{3}}{448}$　② $\dfrac{169\sqrt{3}}{448}$　③ $\dfrac{169\sqrt{3}}{224}$　④ $\dfrac{507\sqrt{3}}{224}$　⑤ $\dfrac{169\sqrt{3}}{112}$

17. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 모양의 종이를 한 꼭짓점이 그 대변을 $1:2$로 내분하는 점이 되도록 접었을 때, 접힌 부분의 넓이는?



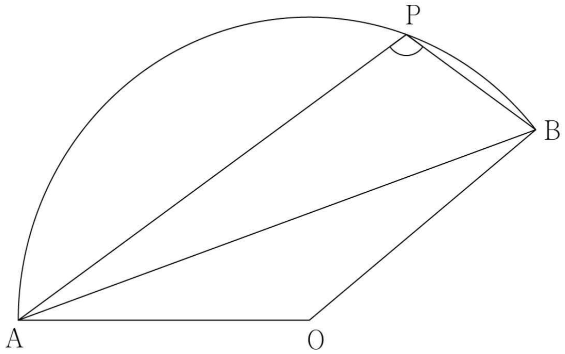
① $\dfrac{49}{20}\sqrt{3}$　② $\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$　③ $\dfrac{15}{4}\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ $4\sqrt{3}$

18. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$이고 $\cos A=\frac{4}{5}$인 이등변삼각형 ABC에서 선분 $\overline{AB}$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 APC에 외접하는 원의 반지름과 삼각형 ABC에 외접하는 원의 반지름이 같을 때, 선분 $\overline{AP}$의 길이는?



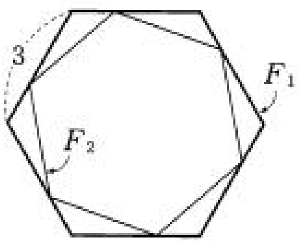
① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

19. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 OAB가 있다. $\overline{AB}=8\sqrt{2}$이고 부채꼴 OAB의 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle BPA>90^{\circ}$, $\overline{AP}:\overline{BP}=3:1$일 때, 선분 BP의 길이는?

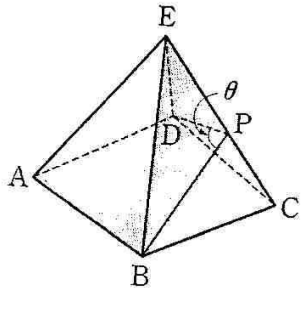


① $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{6}}{6}$
③ $\sqrt{6}$ ④ $\frac{7\sqrt{6}}{6}$
⑤ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정육각형 F_1의 각 변을 $2:1$로 내분하는 점들을 연결하여 정육각형 F_2를 만들었다. 정육각형 F_1, F_2의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $\frac{S_2}{S_1}$의 값을 구하여라.



21. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1인 정사각뿔이 있다. 모서리 EC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle BPD=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



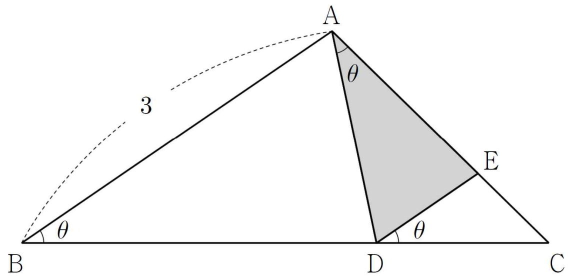
22. x에 대한 이차방정식

$x^2+2(a-b)x\sin(A+B)-(b-c)^2\sin^2 C=0$
이 중근을 가질 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $B=90^\circ$ 인 직각삼각형
② $C=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $a=b$인 이등변삼각형
④ $a=c$인 이등변삼각형
⑤ 정삼각형

23. $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ 인 임의의 실수 θ에 대하여

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\angle ABC=\theta$, $\angle CAB=3\theta$ 인 삼각형 ABC 가 있다.
선분 BC 위에 점 D 를 $\angle DAC=\theta$가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 점 E 를 $\angle EDC=\theta$가 되도록 잡는다.
다음은 삼각형 ADE 의 넓이 $S(\theta)$를 구하는 과정이다.



$\angle ABC=\theta$, $\angle DAB=2\theta$ 이므로
$\angle BDA=\pi-3\theta$ 이다.
삼각형 ABD 에서 사인법칙에 의하여
$\dfrac{\overline{AD}}{\sin\theta}=\dfrac{\overline{AB}}{\boxed{(가)}}$
이므로 $\overline{AD}=\dfrac{3\sin\theta}{\boxed{(가)}}$ 이다.
또한 $\angle ADE=2\theta$ 이므로
$\overline{DE}=\boxed{(나)}\times\overline{AD}^2$ 이다.
따라서 삼각형 ADE 의 넓이 $S(\theta)$ 는
$S(\theta)=\dfrac{9}{2}\times\left(\dfrac{\sin\theta}{\sin3\theta}\right)^3\times\boxed{(다)}$ 이다.

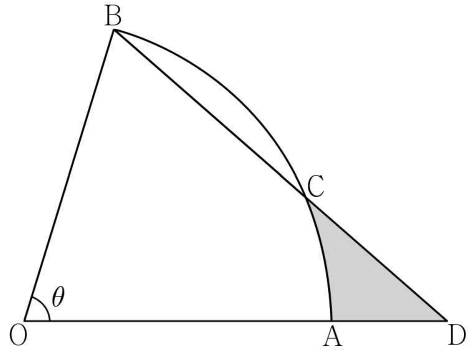
위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$라 하고, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때,
$p\times f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\times g\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$의 값은?

① $\dfrac{1}{12}$
② $\dfrac{1}{6}$
③ $\dfrac{1}{4}$
④ $\dfrac{1}{3}$
⑤ $\dfrac{5}{12}$

24. 점 O를 중심으로 하는 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여, $\angle B=15°$인 삼각형 ABC가 $\sin(A+B)=\sin E$를 만족시킨다. 삼각형 ABC의 넓이가 4일 때, 삼각형 OBC의 넓이를 $p\sqrt{3}+q$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)

25. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하고, 직선 OA와 직선 BC가 만나는 점을 D라 하자. 다음은 두 선분 AD, CD와 호 AC로 둘러싸인 부분의 넓이 $S(\theta)$를 구하는 과정이다.

(단, $0<\theta<\frac{3}{4}\pi$)



점 C가 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점이므로

$$\angle BOC = \boxed{(가)}$$

이다. 또한, 삼각형 BOC에서

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2}\left(\pi - \boxed{(가)}\right)$$

이다. 한편, 삼각형 BOD에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{OD} = \frac{\cos\frac{\theta}{3}}{\boxed{(나)}}$$

이다. $S(\theta)$는 삼각형 COD의 넓이에서 부채꼴 OAC의 넓이를 뺀 값이므로

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\frac{\theta}{3}}{\boxed{(나)}} \times \sin\frac{\theta}{3} - \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$라 할 때, $\dfrac{f\left(\frac{\pi}{2}\right)\times g\left(\frac{\pi}{4}\right)}{h\left(\frac{\pi}{8}\right)}$의 값은?

① $8\sqrt{3}$　② $\frac{17\sqrt{3}}{2}$

③ $9\sqrt{3}$　④ $\frac{19\sqrt{3}}{2}$

⑤ $10\sqrt{3}$