Ⅱ 확률

확률론은 ‘점수 문제’에 대한 파스칼(Pascal, B., 1623～1662)과 페르마(Fermat, P., 1601～1665)의 편지 교환으로부터 비롯되었다고 한다.

또, 스위스의 수학자 야곱 베르누이(Bernoulli, J., 1654～1705)의 『추측술(Ars Conjectandi)』은 수학적 확률을 체계적으로 다룬 최초의 책으로 알려져 있다.

오늘날 확률론은 통계, 경영, 기상, 스포츠 등 우리 생활 전반에 폭넓게 응용되고 있다.

불확실한 미래의 상황을 예측하는 데 확률이 이용된다.

1. 확률의 뜻과 활용
2. 조건부확률

이 단원에서는

확률의 뜻과 성질을 이해하고, 확률의 계산,
조건부확률, 사건의 독립과 종속, 독립시행의 확률을 알아보며
다양한 상황에서 확률을 구해 본다.

1 확률의 뜻과 활용

01 확률의 뜻

02 확률의 덧셈정리

❝ 한 톨만큼의 '아마'가
한 움큼의 '어쩌면'보다 낫다. ❞

(출처: Thurber, J., 『Lanterns & Lances』)

서버(Thurber, J., 1894~1961)
미국의 만화가, 작가

이 글은 수필집 『등불과 창』에서, 텔레비전 추리 드라마 속의 인물이 "살인자는 아마도 피해자의 집 안에 있는 것 같아."라고 하는 대사를 듣고 '아마(probably)'와 '어쩌면(perhaps)'의 확률적 차이를 묘사한 내용이다.

01 확률의 뜻

학습 목표

- 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.
- 확률의 기본 성질을 이해한다.

준비하기

서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 두 개 모두 앞면이 나올 확률을 구하시오.

시행과 사건

생각 열기 오른쪽 그림은 어느 식당에서 판매하는 음식의 종류와 가격을 나타낸 것이다.

❶ 이 식당에서 주문할 수 있는 음식을 모두 나열해 보자.

❷ 3000원짜리 음식을 주문하려고 할 때, 주문할 수 있는 음식을 모두 나열해 보자.

주사위나 동전을 던지는 것과 같이 동일한 조건에서 반복할 수 있고 그 결과가 우연에 의하여 결정되는 실험이나 관찰을 **시행**이라고 한다.

어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 표본공간이라 하고, 표본공간의 부분집합을 사건이라고 한다. 또, 한 개의 원소로 이루어진 사건을 근원사건이라고 한다.

보기 한 개의 주사위를 던지는 시행에서

① 표본공간 S는

$S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

② 근원사건은

$\{1\},\ \{2\},\ \{3\},\ \{4\},\ \{5\},\ \{6\}$

③ 나오는 눈의 수가 짝수인 사건을 A라 하면

$A=\{2,\ 4,\ 6\}$

표본공간(sample space)은 보통 S로 나타내고, 공집합이 아닌 경우만 생각한다.

다가서기

축적된 기상 데이터를 이용하여 날씨를 예보하거나 위험 요인을 분석하여 보험료를 책정하는 경우와 같이, 불확실한 상황에서 어떤 사건이 일어날 가능성을 예측할 때 확률을 이용한다.

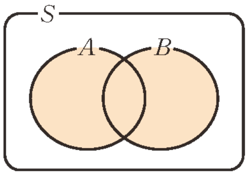
문제 1 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타낼 때, 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행에서 다음을 구하시오.

(1) 표본공간 S

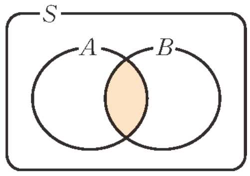
(2) 서로 다른 면이 나오는 사건 A

사건 $A\cup B$를 A와 B의 합사건이라 하며, 사건 $A\cap B$를 A와 B의 곱사건이라고 한다.

표본공간이 S인 두 사건 A와 B에 대하여, A 또는 B가 일어나는 사건을 $A\cup B$와 같이 나타내고, A와 B가 동시에 일어나는 사건을 $A\cap B$와 같이 나타낸다.



$A\cup B$

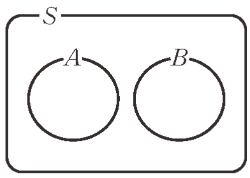


$A\cap B$

한편, 두 사건 A와 B가 동시에 일어나지 않을 때, 즉

$$A\cap B=\varnothing$$

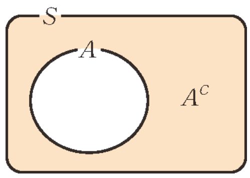
일 때, 사건 A와 사건 B는 서로 **배반사건**이라고 한다.



또, 사건 A가 일어나지 않는 사건을 A의 **여사건**이라 하며, 이것을 기호로

$$A^C$$

와 같이 나타낸다.



생각톡톡

사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 배반사건일까?

보기 오른쪽 그림과 같이 12개의 버튼이 있는 잠금장치의 한 버튼에 적힌 숫자 또는 특수 문자를 택하는 시행에서 표본공간 S는

$$S=\{0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 9,\ *,\ \#\}$$

홀수인 숫자를 택하는 사건을 A, 특수 문자를 택하는 사건을 B라 하면

$$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$$

$$B=\{*,\ \#\}$$

① $A\cap B=\varnothing$이므로 A와 B는 서로 배반사건이다.

② 사건 B의 여사건은

$$B^C=\{0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 9\}$$

문제 2 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타낼 때, 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행에서 두 개 모두 앞면이 나오는 사건을 A, 적어도 한 개는 앞면이 나오는 사건을 B, 두 개 모두 뒷면이 나오는 사건을 C라 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $A\cup B$

(2) $A\cap C$

(3) B^C

(4) A, B, C 중에서 서로 배반인 두 사건

수학적 확률

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 가능성을 수로 나타낸 것을 사건 A의 확률이라 하며, 이것을 기호로

$$\mathrm{P}(A)$$

와 같이 나타낸다.

> $\mathrm{P}(A)$의 P는 확률을 뜻하는 probability의 첫 글자이다.

표본공간이 S인 어떤 시행에서 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A)$를

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

로 정의하고, 이것을 표본공간 S에서 사건 A가 일어날 **수학적 확률**이라고 한다.

> 수학적 확률은 표본공간이 공집합이 아닌 유한집합인 경우에서만 생각한다.

보기 한 개의 주사위를 던지는 시행에서 표본공간 S는

$$S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$$

나오는 눈의 수가 3의 배수인 사건을 A라 하면

$$A=\{3,\ 6\}$$

이므로, 사건 A가 일어날 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

문제 3 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 10일 확률을 구하시오.

예제 1 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 빨간 공 1개와 파란 공 1개가 나올 확률을 구하시오.

풀이 표본공간을 S라 하면 $\quad n(S)={}_5\mathrm{C}_2=10$

빨간 공 3개 중에서 1개를 꺼내고, 파란 공 2개 중에서 1개를 꺼내는 사건을 A라 하면

$$n(A)={}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1=3\times2=6$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

답 $\frac{3}{5}$

문제 4 8개의 컵 중 5개에는 생과일주스가, 나머지 3개에는 식혜가 들어 있다. 이 중에서 임의로 2개를 택할 때, 다음을 구하시오.

(1) 2개에 모두 생과일주스가 들어 있을 확률

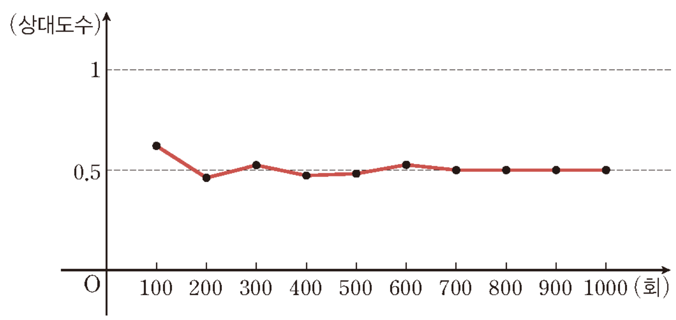
(2) 1개에는 생과일주스, 다른 1개에는 식혜가 들어 있을 확률

통계적 확률

수학적 확률은 어떤 시행에서 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대된다는 가정에서 정의하였다.

그러나 비가 올 가능성, 야구 선수가 안타를 칠 가능성 등과 같이 일어날 가능성이 같은 정도로 기대될 수 없는 경우도 있다. 이와 같은 경우에는 많은 자료를 수집하여 조사하거나 같은 시행을 여러 번 반복하여 구한 상대도수를 통해 그 사건이 일어나는 경향을 알아볼 수 있다.

이를테면 다음 그래프는 동전 한 개를 던진 횟수에 대하여 앞면이 나오는 상대도수를 조사하여 그린 것으로, 던진 횟수를 충분히 크게 하면 상대도수는 일정한 값 0.5에 가까워짐을 알 수 있다.



일반적으로 어떤 시행을 n번 반복할 때 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라 하자. 시행 횟수 n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워질 때, 이 값 p를 사건 A의 **통계적 확률**이라고 한다.

벤(Venn, J., 1834~1923)
벤다이어그램을 고안한 영국의 논리학자로, 상대도수에 의한 통계적 확률을 처음 다루었다.

통계적 확률을 구할 때, 실제로는 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 클 때의 상대도수 $\frac{r_n}{n}$을 통계적 확률로 생각한다. 예를 들어 어느 공장에서 생산된 제품 500개를 조사하였을 때 불량품이 2개 발견되었다면, 생산된 제품 중의 하나가 불량품일 확률은 $\frac{2}{500}=0.004$라고 말할 수 있다.

한편, 어떤 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p일 때, 시행 횟수 n을 충분히 크게 하면 사건 A가 일어나는 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 p에 가까워진다는 것이 알려져 있다.

문제 5 오른쪽 표는 2015년 우리나라의 지역별 출생자 수를 조사하여 나타낸 것의 일부이다. 어느 날 우연히 만난 아이가 2015년에 태어난 아이였을 때, 이 아이가 경기도에서 태어났을 확률을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 구하시오.

(단위: 명)

지역	출생자
경기도	113495
강원도	10929
충청북도	13563
⋮	⋮
합계	438420

(출처: 통계청, 2015)

확률의 기본 성질

다음을 통해 어떤 시행에서 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때 성립하는 확률의 성질에 대하여 알아보자.

함께하기 표본공간이 S인 사건 A에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$\varnothing \subset A \subset S$이므로 $n(\varnothing) \le n(A) \le n(S)$이다. 이 식의 각 변을 $n(S)$로 나누면

$$0 \le \frac{n(A)}{n(S)} \le \square,\ \text{즉}\ 0 \le \mathrm{P}(A) \le \square$$

이다. 특히, $A=S$이면 $\mathrm{P}(S)=\frac{n(S)}{n(S)}=\square$

이고, $A=\varnothing$이면 $\mathrm{P}(\varnothing)=\frac{n(\varnothing)}{n(S)}=\square$

이다.

앞의 활동에서 다음과 같은 확률의 기본 성질이 성립함을 알 수 있다.

확률의 기본 성질

표본공간이 S인 어떤 시행에서

❶ 임의의 사건 A에 대하여 $0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1$

❷ $\mathrm{P}(S)=1$, $\mathrm{P}(\varnothing)=0$

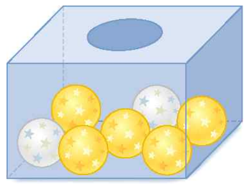
S는 반드시 일어나는 사건, $\varnothing$은 절대로 일어나지 않는 사건이다.

보기 한 개의 주사위를 던지는 시행에서

① 나오는 눈의 수가 1 이상일 확률은 $\dfrac{6}{6}=1$

② 나오는 눈의 수가 7 이상일 확률은 $\dfrac{0}{6}=0$

문제 6 오른쪽 그림과 같이 흰 공 2개와 노란 공 5개가 들어 있는 상자에서 임의로 3개의 공을 꺼낼 때, 다음을 구하시오.



(1) 노란 공이 포함될 확률

(2) 흰 공이 3개 나올 확률

생각 넓히기

문제 해결 | 추론 | 창의·융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

어느 고등학교의 마라톤 대회에 참가한 500명을 대상으로 다음과 같은 이벤트를 했다.

활동 ❶ 마라톤 대회에 참가한 소정이가 음료 교환권을 받을 확률과 보조 배터리를 받을 확률을 각각 구해 보자.

활동 ❷ 위의 상황에서 확률이 0인 사건을 만들어 보자.

공학적 도구

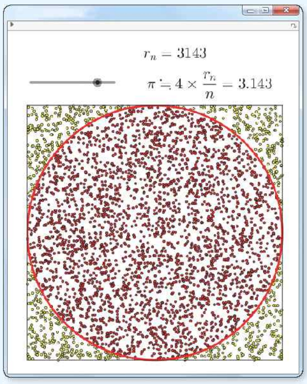
통계적 확률과 모의실험

정보 처리 | 태도 및 실천

모의실험 (simulation)은 실제의 상황을 간단하게 축소한 모형을 통해서 실험을 하고 그 실험 결과에 따라 의사결정을 하는 방법으로, 통계적 확률을 구하는 데 이용할 수 있다.

몬테카를로 모의실험 (Monte Carlo simulation)은 주어진 시행을 임의로 여러 번 반복함으로써 확률을 계산하는 것으로, 컴퓨터를 이용한 주사위나 동전 던지기 등이 사용된다.

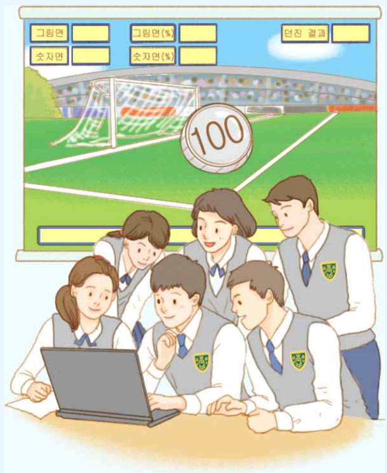
모의실험에 의한 통계적 확률 계산으로 원주율 π의 어림값을 구해 보자.



오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 한 변의 길이가 2인 정사각형에 내접하는 원을 그리고, 정사각형의 내부에 n개의 점을 임의로 찍는 모의실험을 한 것이다. 원의 내부에 있는 점의 개수를 r_n이라 할 때, 원의 내부에 있는 점의 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 n이 충분히 크면 $\frac{(\text{원의 넓이})}{(\text{정사각형의 넓이})} = \frac{\pi}{4}$에 가까워질 것으로 예측할 수 있다.

예를 들어 어떤 모의실험에서 $n = 4000$일 때 $r_n = 3143$이라면, π의 어림값으로 $4 \times \frac{3143}{4000} = 3.143$을 얻게 된다.

확인 동전 던지기 프로그램을 이용하여 학생 6명이 차례대로 동전을 50번씩 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 조사하는 실험을 해 보자.



(1) 한 사람의 동전 던지기가 끝났을 때 이전 사람의 기록까지 모두 합하여 동전을 던진 횟수를 n이라 하고, 그때까지 앞면이 나온 횟수를 모두 합하여 r_n이라 하자.

다음 표를 완성해 보자.

n	50	100	150	200	250	300
r_n						
$\frac{r_n}{n}$						

(2) 위의 표에서 n이 커짐에 따라 $\frac{r_n}{n}$이 동전 한 개를 던질 때 앞면이 나올 수학적 확률에 가까워지는지 알아보자.

02 확률의 덧셈정리

학습 목표

- 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- 여사건의 확률의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.

준비하기

한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 나오는 눈의 수가 짝수일 확률

(2) 나오는 눈의 수가 홀수일 확률

확률의 덧셈정리

생각 열기 어느 마을 주민 400명을 대상으로 두 안건 A와 B에 대한 찬성 여부를 각각 조사했더니 A 안건에 찬성한 주민은 120명, B 안건에 찬성한 주민은 240명이었고, 두 안건에 모두 찬성한 주민은 없었다고 한다.

❶ A 안건 또는 B 안건에 찬성한 주민의 수를 구해 보자.

❷ 조사에 참여한 주민 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 주민이 A 안건 또는 B 안건에 찬성했을 확률을 구해 보자.

각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대되는 표본공간 S의 두 사건 A와 B에 대하여 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률을 구하는 방법을 알아보자.

다가서기

특정한 색깔의 택시를 탈 확률, 특정한 번호가 적힌 제비를 뽑지 않을 확률, 특정한 두 사람이 한편이 될 확률 등을 구할 때 상황에 따라 계산 방법을 달리 해야 한다.

여기서는 확률 계산에 도움이 되는 원리와 성질을 알아본다.

두 사건 A와 B에 대하여

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

이다.

따라서 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A\cup B)$는

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}\\&=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}\\&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\end{aligned}$$

이다.

특히, 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

가 성립한다.

이상을 정리하면 다음과 같은 확률의 덧셈정리를 얻는다.

확률의 덧셈정리

표본공간이 S인 두 사건 A와 B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

특히, 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이면

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

예제 1 1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 30장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 카드에 적힌 수가 4의 배수이거나 6의 배수일 확률

(2) 카드에 적힌 수가 10 이하이거나 20 이상일 확률

풀이 (1) 카드에 적힌 수가 4의 배수인 사건을 A, 6의 배수인 사건을 B라 하면 $A\cap B$는 12의 배수인 사건이다.

$n(A)=7$, $n(B)=5$, $n(A\cap B)=2$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{7}{30},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{5}{30}=\frac{1}{6},\quad \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

$$=\frac{7}{30}+\frac{1}{6}-\frac{1}{15}=\frac{1}{3}$$

(2) 카드에 적힌 수가 10 이하인 사건을 C, 20 이상인 사건을 D라 하면

$n(C)=10$, $n(D)=11$이므로

$$\mathrm{P}(C)=\frac{10}{30}=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(D)=\frac{11}{30}$$

$C\cap D=\varnothing$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(C\cup D)=\mathrm{P}(C)+\mathrm{P}(D)$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{11}{30}=\frac{7}{10}$$

답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{7}{10}$

문제 1 한 개의 주사위를 던질 때, 나오는 눈의 수가 6의 약수 또는 소수일 확률을 구하시오.

문제 2 지수를 포함한 남학생 5명, 가희를 포함한 여학생 7명이 있는 과학사 탐구 동아리에서 동아리 홍보를 담당할 세 명의 학생을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 지수 또는 가희가 뽑힐 확률

(2) 모두 남학생 또는 모두 여학생이 뽑힐 확률

여사건의 확률

다음을 통해 여사건의 확률을 구하는 방법을 알아보자.

함께하기 표본공간이 S인 사건 A에 대하여 여사건 A^C의 확률을 구하려고 한다. 다음 $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 $\square$사건이므로

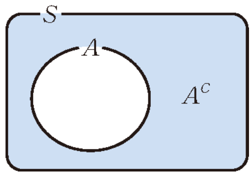
확률의 덧셈정리에 의하여

$$\mathrm{P}(A\cup A^C)=\mathrm{P}(\square)+\mathrm{P}(A^C)$$

이다. 그런데 $\mathrm{P}(A\cup A^C)=\mathrm{P}(S)=\square$이므로

$$\mathrm{P}(\square)+\mathrm{P}(A^C)=1,\ 즉\ \mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(\square)$$

가 성립한다.



위의 활동에서 다음이 성립함을 알 수 있다.

여사건의 확률

사건 A의 여사건 A^C에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$$

생각톡톡
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A^C)$일 때, 사건 A의 확률은 얼마일까?

보기 서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 모두 앞면이 나오는 사건을 A라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{8}$$

따라서 적어도 한 개는 뒷면이 나올 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

문제 3 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수가 다를 확률을 구하시오.

예제 2 45개의 모시 송편 중 29개에는 콩이 들어 있고, 나머지에는 깨가 들어 있다. 모시 송편 중에서 임의로 두 개를 택할 때, 적어도 한 개에는 콩이 들어 있을 확률을 구하시오.

풀이 두 개 중에서 적어도 한 개에는 콩이 들어 있는 사건을 A라 하면 여사건 A^C는 두 개에 모두 깨가 들어 있는 사건이다.

깨가 들어 있는 송편은 16개이므로 A^C의 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_{16}\mathrm{C}_2}{{}_{45}\mathrm{C}_2}=\frac{4}{33}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{4}{33}=\frac{29}{33}$$

답 $\frac{29}{33}$

문제 4 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 임의로 두 장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수일 확률을 구하시오.

문제 5 영어 단어 lovely에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 같은 문자가 이웃하지 않을 확률을 구하시오.

생각 넓히기

문제 해결 | 추론 | 창의·융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

4월에 태어난 5명의 아이가 있다.

활동 1 5명의 생일이 모두 다를 확률을 구해 보자.

활동 2 생일이 같은 아이가 있을 확률을 구해 보자.

Ⅱ - 1. 확률의 뜻과 활용

중단원 마무리하기

확률의 뜻

(1) **시행과 사건**

❶ 동일한 조건에서 반복할 수 있고 그 결과가 우연에 의하여 결정되는 실험이나 관찰을 **시행**이라고 한다.

❷ 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 표본공간이라 하고, 표본공간의 부분집합을 사건이라고 한다.

(2) **배반사건과 여사건**

❶ 두 사건 A와 B에 대하여

$$A\cap B=\varnothing$$

일 때, 두 사건 A와 B는 서로 **배반사건**이라고 한다.

❷ 사건 A가 일어나지 않는 사건을 A의 **여사건**이라 하며, 기호로 A^C와 같이 나타낸다.

(3) **수학적 확률과 통계적 확률**

❶ 표본공간이 S인 어떤 시행에서 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 **수학적 확률**은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

❷ n번의 시행에서 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라 할 때, n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 가까워지는 일정한 값을 사건 A의 **통계적 확률**이라고 한다.

(4) **확률의 기본 성질**

표본공간이 S인 임의의 사건 A에 대하여

$$0\le \mathrm{P}(A)\le 1,\quad \mathrm{P}(S)=1,\quad \mathrm{P}(\varnothing)=0$$

확률의 덧셈정리

(1) **확률의 덧셈정리**

표본공간이 S인 두 사건 A와 B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

특히, 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이면

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

(2) **여사건의 확률**

사건 A의 여사건 A^C에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$$

기본

01 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서 다음을 구하시오.

(1) 표본공간 S

(2) 나오는 눈의 수가 같은 사건 A

02 양식장에서 기르는 어느 생선알 1000개 중에서 800개가 부화에 성공했다고 한다. 같은 조건에서 생선알 한 개가 부화할 때, 이 생선알이 부화에 성공할 확률을 구하시오.

03 파란색 알사탕 3개와 빨간색 알사탕 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 알사탕을 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 빨간색 알사탕이 나올 확률

(2) 알사탕이 나올 확률

(3) 노란색 알사탕이 나올 확률

04 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이고 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\mathrm{P}(A\cup B)$　　(2) $\mathrm{P}(A^C)$

표 준

05 두 사람이 가위바위보를 한 번 할 때, 비길 확률을 구하시오.

06 남학생 5명과 여학생 4명을 일렬로 세울 때, 남학생과 여학생이 교대로 서게 될 확률을 구하시오.

07 운동회에 참가한 민희와 수영이에게 초콜릿 맛 우유, 딸기 맛 우유, 바나나 맛 우유, 멜론 맛 우유 중에서 임의로 하나씩 나누어 줄 때, 두 사람이 서로 다른 맛의 우유를 받을 확률을 구하시오.

08 방정식 $x+y+z=8$의 음이 아닌 정수인 해 중에서 임의로 하나를 택할 때, y의 값이 2일 확률을 구하시오.

09 어느 마을에 살고 있는 120가구 중에서 닭을 기르는 집은 전체의 60 %이고 돼지를 기르는 집은 전체의 45 %이다. 또, 닭과 돼지를 모두 기르는 집은 24가구이다. 이 마을에서 임의로 한 집을 택할 때, 그 집에서 닭 또는 돼지를 기를 확률을 구하시오.

10 3장의 경품권을 포함한 10장의 카드가 들어 있는 추첨함에서 임의로 두 장의 카드를 꺼낼 때, 적어도 한 장은 경품권일 확률을 구하시오.

11 학급 회의를 하기 위해 원탁에 시연이와 민지를 포함한 6명의 이름표를 놓을 때, 시연이와 민지의 이름표가 이웃하지 않을 확률을 구하시오.

|서•술•형|

12 A 반과 B 반의 학생으로만 구성된 어느 동아리 회원 10명 중에서 대표 2명을 뽑을 때, 같은 반 학생이 뽑힐 확률은 $\frac{8}{15}$이다. 이 동아리 회원 중에서 A 반과 B 반의 학생 수의 차를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

발 전

13 세 사람이 5개의 상영관의 영화표를 판매하는 매표소에서 영화표를 임의로 구매할 때, 이들 중 두 사람만 같은 상영관의 영화표를 구매할 확률을 구하시오.

사고력+

|서•술•형|

14 서로 다른 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던지는 시행에서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, x에 대한 이차방정식 $x^2-ax+2b=0$이 실근을 가질 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.