2 이항정리

01 이항정리

“책의 중간 부분에서 ‘뉴턴의 이항정리’란 제목이 내 눈길을 끌었다. … 우주의 구조를 밝힌 그 유명한 수학자가 쓴 것을 집중해서 읽기 시작했는데, 놀랍게도 내가 그 내용을 이해하였다!”

(출처: Fabre, J. H., 『The Life of the Fly』)

파브르(Fabre, J. H., 1823~1915)
프랑스의 곤충학자, 시인

이 글은 『파브르의 곤충기』로 유명한 파브르가, 사범 학교를 졸업한 후 학생들을 가르치기 위해 대수 공부를 하려고 펼친 책에서 우연히 발견한 이항정리 내용을 이해하고 기뻐했던 일을 회상하는 장면에서 한 말이다.

01 이항정리

학습 목표

이항정리를 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

준비하기

$(a+b)^4$을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

다가서기

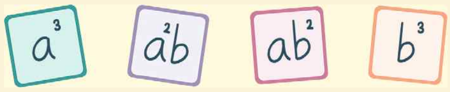
두 문자의 합의 거듭제곱의 전개식에서 계수들 사이의 관계를 나타내는 이항정리는 기원전부터 알려져 있었다.

이항정리는 근대 확률론의 기반이 되었을 뿐만 아니라 전략적 의사 결정을 다루는 게임 이론에서도 널리 응용되고 있다.

이항정리의 실험 도구인 골턴판(Galton board)

이항정리

생각 열기 다항식 $(a+b)^3$을 전개할 때 생기는 항은 다음과 같다.



▶ 다항식 $(a+b)^3$의 전개식에서 a^3, a^2b, ab^2, b^3의 계수와 ${}_3\mathrm{C}_0$, ${}_3\mathrm{C}_1$, ${}_3\mathrm{C}_2$, ${}_3\mathrm{C}_3$을 각각 비교해 보자.

다항식 $(a+b)^n$의 전개식을 조합의 수를 이용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.

다항식 $(a+b)^3$을 전개하면

$$(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b)$$
$$=aaa+aab+aba+abb+baa+bab+bba+bbb$$
$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

이다.

이때 a^2b는 3개의 인수

$$(a+b),\quad (a+b),\quad (a+b)$$

중 2개의 인수에서 a를 택하고, 남은 1개의 인수에서 b를 택하여 곱한 경우이다.

즉, a^2b의 계수는 3개의 인수 $(a+b)$ 중 b를 택할 1개의 인수를 뽑는 조합의 수인 ${}_3\mathrm{C}_1=3$과 같다.

같은 방법으로 a^3, ab^2, b^3의 계수는 각각 ${}_3\mathrm{C}_0$, ${}_3\mathrm{C}_2$, ${}_3\mathrm{C}_3$이다.

따라서 $(a+b)^3$의 전개식을 조합의 수를 이용하여 나타내면

$$(a+b)^3={}_3\mathrm{C}_0a^3+{}_3\mathrm{C}_1a^2b+{}_3\mathrm{C}_2ab^2+{}_3\mathrm{C}_3b^3$$

이다.

일반적으로 자연수 n에 대하여 $(a+b)^n$의 전개식은 n개의 인수 $(a+b)$의 각각에서 a 또는 b를 하나씩 택하여 곱한 것을 모두 더한 것이다.

이때 n개의 인수 $(a+b)$ 중 r개의 인수에서 b를 택하고 나머지 $(n-r)$개의 인수에서는 a를 택하여 곱하면 $a^{n-r}b^r$이 되므로, $a^{n-r}b^r$의 계수는 n개의 인수 중 r개에서 b를 택하는 조합의 수인 ${}_n\mathrm{C}_r$와 같다.

따라서 다음과 같은 전개식을 얻을 수 있다.

$$(a+b)^n = {}_n\mathrm{C}_0a^n + {}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b + \cdots + {}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_n\mathrm{C}_nb^n$$

이상을 정리하면 다음과 같은 **이항정리**를 얻는다.

> $a \neq 0$, $b \neq 0$일 때, $a^0=1$, $b^0=1$로 정한다.

이항정리

n이 자연수일 때,

$$(a+b)^n = {}_n\mathrm{C}_0a^n + {}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b + \cdots + {}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_n\mathrm{C}_nb^n$$

> **생각 톡톡**
> $1 \le r \le n$일 때, $(a+b)^n$의 전개식에서 a^rb^{n-r}과 $a^{n-r}b^r$의 계수는 어떤 관계가 있을까?

$(a+b)^n$의 전개식에서 각 항의 계수

$${}_n\mathrm{C}_0,\ {}_n\mathrm{C}_1,\ \cdots,\ {}_n\mathrm{C}_r,\ \cdots,\ {}_n\mathrm{C}_n$$

을 **이항계수**라 하고, ${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$을 $(a+b)^n$의 전개식의 일반항이라고 한다.

문제 1 $(a+b)^6$의 전개식에서 다음 항의 계수를 구하시오.

(1) a^2b^4 (2) ab^5

예제 1 이항정리를 이용하여 $(x-2)^4$을 전개하시오.

풀이 $(x-2)^4 = {}_4\mathrm{C}_0x^4 + {}_4\mathrm{C}_1x^3(-2) + {}_4\mathrm{C}_2x^2(-2)^2 + {}_4\mathrm{C}_3x(-2)^3 + {}_4\mathrm{C}_4 \times (-2)^4$

$= x^4 - 4 \times 2x^3 + 6 \times 4x^2 - 4 \times 8x + 16$

$= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$

답 $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$

문제 2 이항정리를 이용하여 다음 식을 전개하시오.

(1) $(x+2y)^4$ (2) $(1-x)^5$

이항정리의 활용

이항정리를 이용하여 여러 가지 문제를 해결해 보자.

예제 2 $\left(x^3-\dfrac{2}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^7의 계수를 구하시오.

풀이 전개식의 일반항은

$$ {}_5C_r(x^3)^{5-r}\left(-\frac{2}{x}\right)^r={}_5C_rx^{3(5-r)}\times\frac{(-2)^r}{x^r}=(-2)^r\times{}_5C_r\frac{x^{15-3r}}{x^r} $$

> a가 0이 아닌 실수이고 m, n이 자연수일 때,
> $$\frac{a^m}{a^n}=\begin{cases}a^{m-n} & (m>n)\\ 1 & (m=n)\\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n)\end{cases}$$

$\dfrac{x^{15-3r}}{x^r}=x^7$에서 $(15-3r)-r=7$이므로 $r=2$

따라서 x^7의 계수는

$$(-2)^2\times{}_5C_2=40$$

답 40

문제 3 $\left(3x-\dfrac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 다음을 구하시오.

(1) $\dfrac{1}{x^4}$의 계수 (2) 상수항

예제 3 n이 자연수일 때, 다음 등식이 성립함을 증명하시오.

$$ {}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n $$

증명 이항정리를 이용하여 $(1+x)^n$을 전개하면

$$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots+{}_nC_nx^n$$

$x=1$을 이 식에 대입하면

$$2^n={}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n$$

문제 4 n이 자연수일 때, 다음 등식이 성립함을 증명하시오.

(1) ${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n\times{}_nC_n=0$

(2) ${}_{2n}C_0+{}_{2n}C_2+{}_{2n}C_4+\cdots+{}_{2n}C_{2n}={}_{2n}C_1+{}_{2n}C_3+{}_{2n}C_5+\cdots+{}_{2n}C_{2n-1}=2^{2n-1}$

파스칼(Pascal, B., 1623~1662)
프랑스의 수학자로 확률론의 탄생에 기여했고 파스칼의 삼각형을 제시했다.

생각 톡톡
파스칼의 삼각형에서 좌우가 대칭인 이유는 무엇일까?

이항계수 사이의 관계에 대하여 알아보자.

n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 이항계수를 차례대로 다음과 같이 배열할 수 있다.

$$
\begin{array}{lccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & \\
(a+b)^1 & & & & {}_1C_0 & & {}_1C_1 & & & \\
(a+b)^2 & & & {}_2C_0 & & {}_2C_1 & & {}_2C_2 & & \\
(a+b)^3 & & {}_3C_0 & & {}_3C_1 & & {}_3C_2 & & {}_3C_3 & \\
(a+b)^4 & {}_4C_0 & & {}_4C_1 & & {}_4C_2 & & {}_4C_3 & & {}_4C_4 \\
\vdots & & & & & \vdots & & & &
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 & & & & \vdots & & & &
\end{array}
$$

이와 같은 이항계수의 배열을 **파스칼의 삼각형**이라고 한다.

일반적으로

$$ {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r \ (1 \le r < n) $$

이므로 파스칼의 삼각형의 각 단계에서 이웃하는 두 수의 합은 그 두 수의 아래쪽 중앙에 있는 수와 같음을 알 수 있다.

$$
\begin{array}{ccc}
{}_{n-1}C_{r-1} & & {}_{n-1}C_r \\
 & {}_nC_r &
\end{array}
$$

문제 5 파스칼의 삼각형을 이용하여 $(a+b)^5$을 전개하시오.

탐구 **문제 6** 파스칼의 삼각형을 이용하여 다음 값을 구하시오.

$$ {}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 $$

생각 넓히기

문제 해결 | 추론 | 창의·융합 | 의사소통 | 정보 처리 | 태도 및 실천

원소의 개수가 n인 집합 A의 부분집합의 개수에 대해 알아보려고 한다.

활동 ① 집합 A의 부분집합 중에서 원소의 개수가 $k\ (1 \le k \le n)$인 부분집합의 개수는 ${}_nC_k$임을 설명해 보자.

활동 ② 29쪽 **예제 3**의 등식을 이용하여 집합 A의 부분집합의 개수는 2^n임을 설명해 보자.

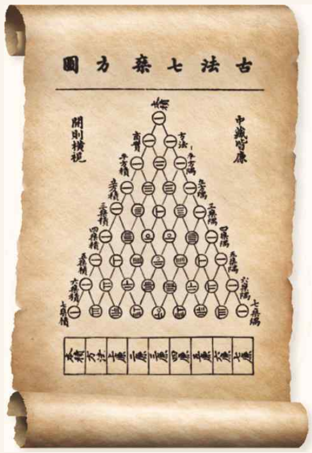
활동 ③ 집합 A의 부분집합 B의 원소의 개수가 $r\ (1 \le r \le n)$일 때, $B \subset C \subset A$를 만족시키는 집합 C의 개수는 2^{n-r}임을 설명해 보자.

탐구 & 융합

파스칼의 삼각형과 하키 스틱 패턴

추론 | 창의·융합

파스칼의 삼각형은 프랑스의 수학자 파스칼 (Pascal, B., 1623~1662)이 1654년 『수 삼각형론 (Traite du Triangle Arithmetique)』이란 책을 통해 발표하여 그의 이름을 따서 부르고 있지만, 사실은 그 이전부터 널리 알려져 있었다. 중국의 수학자 주세걸 (朱世傑, 1270?~1330?)은 1303년에 『사원옥감 (四元玉鑑)』이란 수학책에서 오른쪽 그림과 같은 수 삼각형을 발표했다.



파스칼의 삼각형은 조합과 관련된 신기한 성질을 우리 눈으로 확인할 수 있게 한다.

오른쪽 그림은 파스칼의 삼각형을 나타낸 것인데, 이 그림에서 '하키 스틱 패턴'이라 부르는 재미있는 성질을 확인해 보자.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
⋮

예를 들어 빨간색으로 칠한 부분에서 대각선 방향으로 1, 3, 6을 더한 값은 그 다음 행의 오른쪽 값 10과 같다. 즉,

$$1+3+6=10$$

인데, 이것은 등식

$$_2C_2+{}_3C_2+{}_4C_2={}_5C_3$$

이 성립함을 뜻한다.

또한, 파란색으로 칠한 부분에서도 다음 등식이 성립함을 알 수 있다.

$$_4C_0+{}_5C_1+{}_6C_2+{}_7C_3+{}_8C_4={}_9C_4$$

이와 같은 패턴의 모양이 마치 하키 스틱처럼 보인다고 하여 '하키 스틱 패턴'이라는 이름이 붙었다.

탐구 위의 파스칼의 삼각형에서 하키 스틱 패턴을 찾아 다음 값을 구해 보자.

$$1+4+10+20+35+56+84$$

또, 이 패턴을 조합의 수를 이용하여 나타내어 보자.

중단원 마무리하기

이항정리

(1) **이항정리**: n이 자연수일 때,

$$(a+b)^n = {}_n\mathrm{C}_0a^n + {}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b + \cdots + {}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r + \cdots + {}_n\mathrm{C}_nb^n$$

(2) n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 전개식에서 각 항의 계수

$${}_n\mathrm{C}_0,\ {}_n\mathrm{C}_1,\ \cdots,\ {}_n\mathrm{C}_r,\ \cdots,\ {}_n\mathrm{C}_n$$

을 **이항계수**라 하고,

$${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$$

을 $(a+b)^n$의 전개식의 일반항이라고 한다.

이항정리의 활용

(1) n이 자연수일 때,

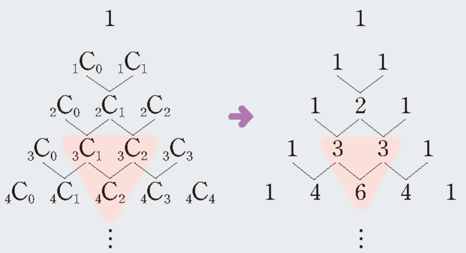
$$(1+x)^n = {}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1x + {}_n\mathrm{C}_2x^2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_nx^n$$

에서

❶ ${}_n\mathrm{C}_0 + {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n = 2^n$

❷ ${}_n\mathrm{C}_0 - {}_n\mathrm{C}_1 + {}_n\mathrm{C}_2 - \cdots + (-1)^n \times {}_n\mathrm{C}_n = 0$

(2) n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 전개식에서 이항계수 ${}_n\mathrm{C}_0$, ${}_n\mathrm{C}_1$, $\cdots$, ${}_n\mathrm{C}_r$, $\cdots$, ${}_n\mathrm{C}_n$을 다음과 같이 배열한 것을 **파스칼의 삼각형**이라고 한다.



위의 배열에서

$${}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1} + {}_{n-1}\mathrm{C}_r = {}_n\mathrm{C}_r\ (1 \le r < n)$$

가 성립한다.

기 본

01 $(a+b)^7$의 전개식에서 a^2b^5의 계수를 구하시오.

02 이항정리를 이용하여 다음 식을 전개하시오.

(1) $(2x+y)^3$

(2) $(a-2b)^5$

03 $\left(-x+\dfrac{2}{x^2}\right)^5$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오.

04 다음 등식을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

$${}_1\mathrm{C}_0 + {}_2\mathrm{C}_1 + {}_3\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_3 = {}_n\mathrm{C}_3$$

표 준

05 다항식 $(1+x)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 45일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.

06 원소가 7개인 집합 A의 부분집합 중에서 원소의 개수가 홀수인 것의 개수를 구하시오.

|서•술•형|

07 수학여행에서 6명의 학생이 매번 구성원을 다르게 하여 기념사진을 찍으려고 할 때, 사진을 찍어야 하는 횟수를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

발 전

|서•술•형|

08 21^{11}을 40으로 나누었을 때 나머지를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

사고력+

09 다음 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

$$1000 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n < 2000$$

I 대단원 평가하기

하 중 상

01

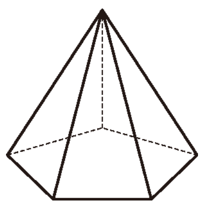
서로 다른 양초 5개를 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하시오.

02

남학생 5명, 여학생 2명이 원탁에 둘러앉을 때, 여학생끼리는 서로 이웃하게 앉는 경우의 수를 구하시오.

03

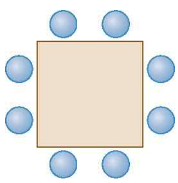
오른쪽 그림과 같이 밑면이 정오각형이고 옆면이 모두 합동인 정오각뿔에서 6개의 면을 서로 다른 6가지 색을 한 번씩 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하시오.



(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

04

오른쪽 그림과 같은 정사각형 모양의 식탁에 8명이 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① $4!\times2$ ② $7!$ ③ $7!\times2$

④ $8!$ ⑤ $\frac{8!}{2}$

05

4명의 회원이 각자 비행기, 기차, 고속버스 중에서 한 가지 교통수단을 이용하여 회의 장소에 모일 때, 교통수단을 택하는 경우의 수는?

① 3^4 ② 4^3 ③ ${}_4P_3$

④ ${}_4H_3$ ⑤ ${}_4C_3$

06

다섯 개의 특수 문자 §, ※, @, #, & 중에서 중복을 허용하여 택한 3개를 일렬로 나열하여 만들 수 있는 암호의 개수는?

① 105 ② 110 ③ 115

④ 120 ⑤ 125

07

두 집합

$$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\},\ Y=\{a,\ b,\ c\}$$

에 대하여 X를 정의역, Y를 공역으로 하는 함수 $f: X \longrightarrow Y$의 개수는?

① 49 ② 64 ③ 81

④ 169 ⑤ 243

08

두 종류의 모자와 세 종류의 목도리를 판매하고 있는 가게에서 3명의 학생이 각각 모자 한 개와 목도리 한 개씩을 사려고 할 때, 이 3명의 학생이 모자와 목도리를 사는 경우의 수를 구하시오.

09

$_{n}\mathrm{P}_{2}+{}_{n}\Pi_{2}=120$을 만족시키는 자연수 n의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

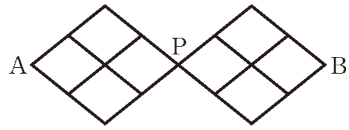
10

여섯 개의 문자 x, x, x, y, y, z를 일렬로 나열하는 경우의 수는?

① 12 ② 60 ③ 75
④ 90 ⑤ 120

11

다음 그림과 같이 마름모 모양의 두 도로망이 P 지점에서 서로 연결되어 있다. A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



12

영어 단어 happiness에 있는 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, a와 i가 양 끝에 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

13

여섯 개의 숫자 0, 2, 2, 3, 5, 5를 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중 짝수의 개수를 구하시오.

14

모양과 크기가 같은 흰 공, 노란 공, 빨간 공 중에서 중복을 허용하여 7개를 택하는 경우의 수를 구하시오.

15

다항식 $(a+b+c)^3(x+y)^2$을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

16

어느 꽃집에서는 장미, 카네이션, 백합, 국화를 판매하고 있다. 네 종류의 꽃 중에서 적어도 한 송이씩을 포함하여 10송이를 사는 경우의 수를 구하시오.

17

부등식 $x+y+z \le 3$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z를 택하는 경우의 수를 구하시오.

18

자연수 r에 대하여 ${}_4\mathrm{H}_r = {}_9\mathrm{C}_3$이 성립할 때, ${}_r\mathrm{H}_4$의 값을 구하시오.

19

$(x+3y)^6$의 전개식에서 x^4y^2의 계수는?

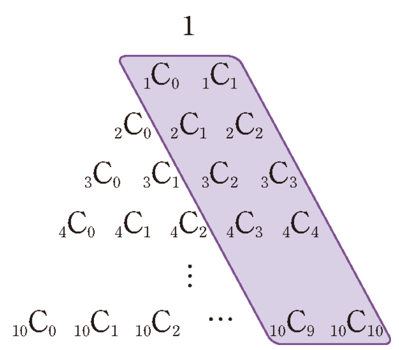
① 125 ② 128 ③ 132
④ 135 ⑤ 148

20

$(3-ax)^5$의 전개식에서 x^3의 계수가 -720일 때, 실수 a의 값을 구하시오.

21

다음 그림과 같은 파스칼의 삼각형에서 색칠한 부분의 모든 수의 합은?

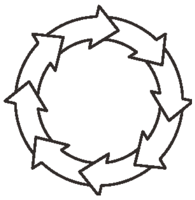


① 45 ② 55 ③ 56
④ 65 ⑤ 66

22번부터 24번까지 서술형입니다.

22

오른쪽 그림과 같은 광고 디자인에 있는 8개의 화살표를 서로 다른 8가지의 색을 한 번씩 사용하여 칠하려고 한다. 특정한 3가지 색이 이웃하도록 칠하는 경우의 수를 구하시오.



(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

23

9^{24}을 1000으로 나눈 나머지를 구하시오.

24

6단으로 된 계단을 한 걸음에 1단 또는 2단씩 올라 맨 위의 단까지 가는 경우의 수를 구하려고 한다.

(1) 1단 올라가는 횟수를 a, 2단 올라가는 횟수를 b라 할 때, 순서쌍 (a, b)를 모두 구하시오.

(2) 한 걸음에 1단 또는 2단씩 올라 맨 위의 단까지 가는 경우의 수를 구하시오.

자기평가 정답을 맞힌 문항에 ○표 하여 학습 성취도를 표시하고, 부족한 부분은 교과서의 해당 쪽을 확인하여 복습하자.

문항 번호	성취 기준	성취도	복습
01 02 03 04 22	원순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.	○ △ ×	11~12쪽
05 06 07 08 09	중복순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.	○ △ ×	13~14쪽
10 11 12 13 24	같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.	○ △ ×	14~16쪽
14 15 16 17 18	중복조합을 이해하고, 그 조합의 수를 구할 수 있다.	○ △ ×	18~21쪽
19 20 21 23	이항정리를 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.	○ △ ×	27~30쪽

성취도 ○ 만족, △ 보통, × 미흡

자동차 등록 번호는 얼마나 많이 만들 수 있을까?

분류	차종 기호
승용 자동차	01~69
승합 자동차	70~79
화물 자동차	80~97
특수 자동차	98, 99

우리나라에서 운행되는 자동차가 2017년 기준으로 2200만 대를 넘어섰다고 하는데, 이 많은 자동차를 구분하기 위해서 차종과 용도에 따라 등록 번호판을 붙이도록 되어 있다.

자동차는 차종에 따라 각각 다른 종류의 등록 번호판을 붙이는데, 차종은 오른쪽 표와 같이 두 자리 숫자를 기호로 붙여 구분한다.

아래 그림은 비사업용 승용차의 등록 번호판의 예인데, 앞의 두 자리 숫자 **01**은 위에서 분류한 대로 승용 자동차임을 나타내는 차종 기호이다. 한 글자로 된 한글 **가**는 자동차의 용도를 나타내는데, 비사업용은 **가~마**, **거~저**, **고~조**, **구~주**의 32개만을 사용한다. 또, 마지막 네 자리 숫자 **1234**는 일련번호인데, 0101부터 9999까지이다.

그렇다면 비사업용 승용차의 등록 번호는 몇 가지나 가능할까?

차종 기호는 69가지, 용도 기호는 32가지, 일련번호는 0, 1, 2, ⋯, 9의 숫자 10개 중에서 중복을 허용하여 4개를 택하는 순열의 수에서 101을 뺀 ${}_{10}\Pi_4 - 101 = 9899$(가지)가 있으므로, 비사업용 승용차의 등록 번호로 가능한 경우의 수는

$$69 \times 32 \times ({}_{10}\Pi_4 - 101) = 21856992$$

이다.

이 중에서 4444 등의 기피 번호를 제외하고 사용 가능한 등록 번호는 21540224개라고 한다.

(출처: 국토교통부, 2017 / 『서울신문』, 2017. 10. 05.)

컴퓨터 시스템 설계 분석과 경우의 수

컴퓨터 시스템 설계 분석가는 기업체의 고객 관리 시스템, 종합 병원의 의료 정보 시스템, 정부 부처의 행정정보 시스템, 대학의 사이버 교육 시스템 등과 같은 컴퓨터 시스템을 설계하고 분석하는 일을 한다. 컴퓨터 시스템의 용량, 작업 절차 및 일정을 검토하여 전체적인 시스템을 설계할 때, 관련된 변수들 사이에 일어나는 여러 가지 경우의 수를 잘 고려해야 한다.

컴퓨터 시스템은 기업체, 학교, 병원, 정부기관 등에서 업무를 처리하는 모든 하드웨어 및 소프트웨어 시스템을 뜻하는 말이다. 학생들의 출결, 성적이나 학적을 다루는 일은 학교에서 접할 수 있는 컴퓨터 시스템의 일종이다.

요즘의 항공기들은 기계적으로 결합되는 조종 장치 대신에 컴퓨터를 이용한 전기적 조종 장치를 적용하는데, 이렇게 하기 위해서는 컴퓨터 시스템 설계 분석가들이 조종 장치를 제어하는 소프트웨어를 설계하여 제작한 후에 시스템이 잘 돌아가는지 분석해야 한다.

컴퓨터 시스템 설계 분석 소프트웨어를 설계하기 위해서는 그 시스템에 연결되는 장치 사이의 관계에서 발생하는 경우의 수를 세밀하게 고려해야 한다.

예를 들어 PC, 스마트폰, 태블릿의 3가지 장비와 근거리 무선망(Wi-Fi), 3G, 4G 의 3가지 무선 통신 체계가 있고, 여기에 컴퓨터 운영 체제 2가지, 웹 브라우저 4가지를 모두 고려해서 웹 기반 시스템을 설계한다면 모두

$$3\times3\times2\times4=72(\text{가지})$$

나 되는 경우를 따로 분석해야 한다.

(출처: Memon A.,
『Advances in Computers, Vol. 99』)