



경희대학교

2023학년도

# 모의논술고사 문제지(자연계)

[온라인]

지원학부(과) ( )

수험번호

성 명 ( )

## <유의사항>

1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오.(예: 감사합니다. 등)
4. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 스티커) 사용은 절대 불가합니다.
5. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 반드시 논제당 1쪽 이내로 작성하시오.
6. 자연계 문제지는 총 2쪽입니다.

제시문 [가]~[라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

[가] 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

이다.

[나] 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a) \neq f(b)$ 이면,  $f(a)$ 와  $f(b)$  사이의 임의의 값  $k$ 에 대하여

$$f(c) = k$$

인  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

[다] 두 초점  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$ 에서의 거리의 합이  $2a$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } a > c > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

두 초점  $F(0, c)$ ,  $F'(0, -c)$ 에서의 거리의 합이  $2b$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } b > c > 0, a^2 = b^2 - c^2)$$

[라] 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X=x_i) = p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )일 때,  $X$ 의 기댓값(평균)  $E(X)$ 는

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$$

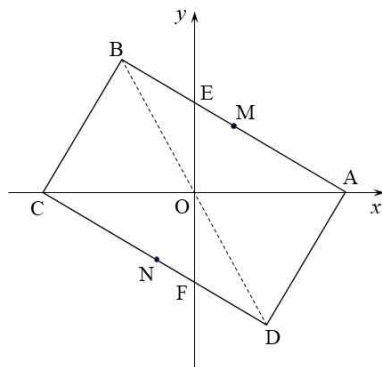
<뒷면에 계속>

[논제 I] 양의 실수  $a$ 와  $b$ 에 대하여 함수  $f(x) = x(x+a)(x-b)$ 를 생각하자. 이때 곡선  $y = f(x)$  ( $-a \leq x \leq 0$ )과  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $A$ , 곡선  $y = f(x)$  ( $0 \leq x \leq b$ )와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $B$ 라 하자.

(1) 넓이  $A$ 와  $B$ 를  $a$ 와  $b$ 에 대한 식으로 표현하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 넓이  $A$ 와  $B$ 가  $B = 2A$ 를 만족한다고 하자. 이때  $a < b < 2a$ 임을 설명하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

[논제 II] 그림과 같이 직사각형  $ABCD$ 는 점  $A$ 와  $C$ 가  $x$ 축 위에 있고, 두 대각선의 교점이 원점에 있다.  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 2p$ 이고  $0 < p < 1$ 이다. 변  $AB$ ,  $CD$ 와  $y$ 축의 교점을 각각  $E$ ,  $F$ 라 하고, 변  $AB$ ,  $CD$ 의 중점을 각각  $M$ ,  $N$ 이라 하자. 다음 물음에 답하시오.



(1) 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ )이 점  $A$ ,  $E$ ,  $C$ ,  $F$ 를 지날 때, 이 타원의 두 초점의 좌표를  $p$ 의 식으로 나타내고, 그 과정을 논술하시오. (15점)

(2) 타원  $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1$  ( $m > 0$ ,  $n > 0$ )이 점  $A$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $N$ 을 지날 때, (1)의  $b$ 에 대하여  $n < b$ 임을 보이고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

[논제 III] 경희 금은방에서 현재 금 한 돈을  $A_0$ 만원의 가격에 판매하고 있다. 금 한 돈의 가격이 1년마다 변한다고 할 때,  $n$ 년 후의 금 한 돈의 가격을  $A_n$ 만원이라 하자.  $A_n$ 은  $p$ 의 확률로  $uA_{n-1}$ 이 되고  $q = 1 - p$ 의 확률로  $dA_{n-1}$ 이 된다고 하자. (단,  $n$ 은 자연수,  $0 < d < 1 < u$ ). 다음 물음에 답하시오.

(1)  $p = \frac{1}{3}$ ,  $u = 2$ ,  $d = \frac{1}{2}$ ,  $A_0 = 20$ 이라 하자. 민국은 3년 후에 금 한 돈을 3년 동안 변한 금 한 돈의 가격 중에 가장 싼 값으로 구입하기로 경희 금은방과 약속하였다. 민국이 3년 후에 이 금 한 돈 거래를 통해 얻는 이익의 기댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (예를 들어, 금 한 돈의 가격이 3년 동안  $A_1 = 10$ ,  $A_2 = 20$ ,  $A_3 = 40$ 으로 변했다면 민국은 3년 후 40만원인 금 한 돈의 가격을 10만원으로 구입하여 30만원의 이익을 남긴다.) (15점)

(2) 민국은 1년 후에 금 한 돈의 가격  $A_1$ 만원이  $A_0$ 만원보다 비싼 경우에는  $A_0$ 만원의 가격으로 금 한 돈을 구입하고,  $A_0$ 만원보다 싼 경우에는 금 한 돈을 구입하지 않기로 경희 금은방과 약속하였다. 민국이가 1년 후에 얻는 이익을  $V_1$ 이라고 하자.  $V_0$ 을  $V_1$ 의 기댓값이라고 할 때, 상수  $\beta$ 가  $A_1$ 의 가격에 상관없이  $V_0 + \beta A_0 = V_1 + \beta A_1$ 을 만족한다.  $p$ 와  $\beta$ 을  $u$ 와  $d$ 을 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (20점)