

모의 논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 : 2시간]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
2. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것(불일치 시 0점 처리).
3. 풀이과정을 반드시 기술할 것. 기술의 형식과 내용은 평가의 주요 요소임.



[문제 1] (85점)

쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 P 와 이 쌍곡선의 두 초점 F_1, F_2 에 대하여 $\frac{\overline{PF_2}}{\overline{PF_1}} = \frac{29}{11}$ 일 때, 세 점 P, F_1, F_2 를 지나
는 이차함수의 그래프와 선분 $\overline{PF_2}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

[문제 2] (총 95점)

어떤 주머니에 흰 공, 빨간 공, 파란 공들이 들어있다. 이 주머니에서 다음의 규칙을 따르는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 그 색을 확인하고 같은 색의 공을 한 개 추가
하여 뽑은 공과 함께 주머니에 다시 넣는다.

처음에 흰 공 2개, 빨간 공 1개, 파란 공 1개가 들어있는 주머니에 대해, 이 시행을 7회 반복한 후, 주머니에 들어
있는 공이 11개가 되면 멈춘다. 주머니에 있는 11개의 공 중에서 7개가 흰 공, 2개가 빨간 공, 2개가 파란 공인 사
건을 A 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(a) 사건 A 가 일어날 확률을 구하여라. (40점)

(b) 사건 A 가 일어났을 때, 7회의 각 시행 후에 주머니에 있는 흰 공의 개수가 항상 나머지 공의 개수보다 크거나
같은 조건부 확률을 구하여라. (55점)

[문제 3] (105점)

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $\{f(1)\}^2 + \{g(1)\}^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} (1) \quad & \int_0^x e^t f(t) dt = \frac{e^x \{f(x) - g(x)\} + 1}{2} \\ (2) \quad & \int_0^x e^t g(t) dt = \frac{e^x \{f(x) + g(x)\} - 1}{2} \end{aligned}$$

[문제 4] (115점)

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 3\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R이라 하자. 삼각형 PQR의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$ 이다.)

