



소수와 합성수

I-1. 소인수분해

개념 1 거듭제곱

- (1) 거듭제곱: 같은 수를 여러 번 곱한 것을 간단히 나타낸 것
- (2) 밑: 거듭제곱에서 곱한 수
- (3) 지수: 거듭제곱에서 밑이 곱해진 횟수

예

	거듭제곱
2×2	2^2
$2 \times 2 \times 2$	2^3
$2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^4
\vdots	\vdots

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{개}} = 2^3$$

↑ 지수
↑ 밑

예

밑이 다른 것이 있는 경우에는 밑이 같은 것끼리만 거듭제곱으로 나타낸다.
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

용어

지수(指 가리키다, 數 수)
어떤 수를 몇 번 곱했는지 가리키는 수

• 지수 1은 생략하여 나타낸다. $\Rightarrow 2^1 = 2$ 이다.

개념 확인 문제 1

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$

(2) $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^{\square} \times 5^{\square}$

(3) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\square}$

(4) $\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\square} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{\square}$

개념 2 소수와 합성수

- (1) 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수

예 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

- (2) 합성수: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수

예 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ...

주의 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

용어

소수(素 본디, 數 수)
기본이 되는 수

• 2는 소수 중 유일한 짝수이고, 가장 작은 소수이다.

개념 확인 문제 2

다음 수의 약수를 모두 구하고, 소수 또는 합성수 중 알맞은 것을 괄호 안에 써넣으시오.

(1) 13 \Rightarrow 약수: _____ ()

(2) 16 \Rightarrow 약수: _____ ()

(3) 17 \Rightarrow 약수: _____ ()

(4) 18 \Rightarrow 약수: _____ ()

02 소인수분해

I-1. 소인수분해

개념 1 소인수분해

(1) 인수: 약수

예 10의 약수는 1, 2, 5, 10이므로 10의 인수는 1, 2, 5, 10이다.

(2) 소인수: 소수인 인수

예 10의 인수인 1, 2, 5, 10 중에서 소수는 2, 5이므로 10의 소인수는 2, 5이다.

(3) 소인수분해: 자연수를 그 수의 소인수들만의 곱으로 나타내는 것

예 10의 소인수는 2, 5이므로 10을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 가 된다.

(4) 소인수분해하는 방법

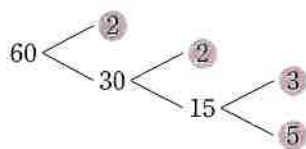
① 나누어떨어지는 소수로 나눈다. 이때 몫이 소수가 될 때까지 나눈다.

② 나눈 소수들과 마지막 몫을 곱셈 기호 \times 로 연결한다.

[방법 1]

$$\begin{aligned} 60 &= 2 \times 30 \\ &= 2 \times 2 \times 15 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

[방법 2]



[방법 3]

2	60
2	30
3	15
	5

따라서 60을 소인수분해하면 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

• 모든 합성수는 소인수분해할 수 있다.

• 소인수분해한 결과는 보통 크기가 작은 소수부터 순서대로 쓰고, 같은 소수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

• 소인수들의 곱하는 순서를 생각하지 않으면 소인수분해한 결과는 오직 한 가지 뿐이다.

개념 확인 문제 1

90을 위의 세 가지 방법으로 소인수분해하시오.

개념 2 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

(1) 소수 a 에 대하여 자연수 a^n 의 약수는 $1, a, a^2, \dots, a^n$ 이다.

예 2^4 의 약수는 $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4$ 이다.

(2) 자연수 N 이 $N = a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수)으로 소인수분해될 때,

① N 의 약수 $\rightarrow (a^m \text{의 약수}) \times (b^n \text{의 약수})$

예 12를 소인수분해하면 $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 오른쪽 표에서와 같이 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12

② N 의 약수의 개수 $\rightarrow (m+1) \times (n+1)$ (개)

예 12의 약수의 개수는 $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)

\times	1	3
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 3 = 3$
2	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 3 = 6$
2^2	$2^2 \times 1 = 4$	$2^2 \times 3 = 12$

• a 가 소수이면 a^n 의 약수의 개수는 $(n+1)$ 개이다.

개념 확인 문제 2

18의 약수를 소인수분해를 이용하여 구하시오.



형성평가

01. 소수와 합성수

02. 소인수분해

정답과 풀이 • 4쪽

01 다음 중 옳지 않은 것은?

8101-0021

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
- ② $10 \times 10 \times 10 = 10^3$
- ③ $4 \times 5 \times 5 = 4 \times 5^2$
- ④ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 5^3$
- ⑤ $2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^3$

02 다음 중 소수가 아닌 것은?

8101-0022

- ① 13 ② 17 ③ 23
- ④ 31 ⑤ 49

03 다음 중 소인수분해한 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

8101-0023

- ① $32 = 2^6$ ② $44 = 2^2 \times 11$
- ③ $56 = 2^3 \times 7$ ④ $75 = 3 \times 5^2$
- ⑤ $112 = 2^5 \times 7$

04 90의 모든 소인수의 합은?

8101-0024

- ① 5 ② 7 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 13

05 두 자연수 a, b 에 대하여 $288 = 2^a \times 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

8101-0025

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

06 126에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는?

8101-0026

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 14 ⑤ 21

07 다음 중 225의 약수가 아닌 것은?

8101-0027

- ① 3^2 ② $3^2 \times 5$ ③ 3×5^2
- ④ $3^3 \times 5$ ⑤ $3^2 \times 5^2$

08 250의 약수의 개수는?

8101-0028

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개
- ④ 9개 ⑤ 10개

03 최대공약수

I-1. 소인수분해

개념 1 최대공약수

(1) 공약수: 두 개 이상의 자연수의 공통인 약수

예 8의 약수: 1, 2, 4, 8

12의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 12

⇒ 8과 12의 공약수: 1, 2, 4

(2) 최대공약수: 공약수 중에서 가장 큰 수

예 8과 12의 최대공약수는 공약수 중에 가장 큰 수인 4이다.

(3) 최대공약수의 성질: 두 개 이상의 자연수의 공약수는 모두 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

예 8과 12의 공약수인 1, 2, 4는 8과 12의 최대공약수인 4의 약수이다.

(4) 서로소: 최대공약수가 1인 두 자연수

예 2의 약수: 1, 2 } 2와 3의 최대공약수는 1이므로 2와 3은 서로소이다.
3의 약수: 1, 3 }

• 공약수 중에서 가장 작은 수는 항상 1이므로 최소공약수는 생각하지 않는다.

• 모든 자연수는 1과 서로소이다.

개념 확인 문제 1

다음을 구하시오.

(1) 6의 약수

(2) 9의 약수

(3) 6과 9의 공약수

(4) 6과 9의 최대공약수

개념 2 최대공약수 구하기

(1) 나눗셈을 이용하여 구하기

① 각 수를 1이 아닌 공약수로 나눈다.

② 몫에 1 이외의 공약수가 없을 때까지 계속 나눈다.

③ 나누어 준 공약수를 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 18} \\ 3 \overline{) \ 6 \ 9} \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

$$(\text{최대공약수}) = 2 \times 3 = 6$$

(2) 소인수분해를 이용하여 구하기

① 각 수를 소인수분해한다.

② 밑이 같은 거듭제곱 중에서 지수가 같거나 작은 것을 찾는다.

③ ②에서 구한 거듭제곱을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{l} 12 = 2^2 \times 3 \\ 18 = 2 \times 3^2 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2 \times 3 = 6 \end{array}$$

• 나눗셈을 이용할 때에는 몫이 서로소가 될 때까지 나눈다.

• 세 수 이상의 최대공약수를 구할 때에도 두 수의 최대공약수를 구할 때와 같은 방법으로 구한다.

개념 확인 문제 2

소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최대공약수를 구하시오.

(1) 18, 24

(2) 20, 30

04 최소공배수

I-1. 소인수분해

개념 1 최소공배수

(1) 공배수: 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수

예 2의 배수: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...

3의 배수: 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

⇒ 2와 3의 공배수: 6, 12, 18, ...

(2) 최소공배수: 공배수 중에서 가장 작은 수

예 2와 3의 최소공배수는 공배수 중에서 가장 작은 수인 6이다.

(3) 최소공배수의 성질: 두 개 이상의 자연수의 공배수는 모두 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

예 2와 3의 공배수인 6, 12, 18, ...은 2와 3의 최소공배수인 6의 배수이다.

• 공배수는 끝없이 커지므로 공배수 중에서 가장 큰 수는 있을 수가 없다. 따라서 최대공배수는 없다.

• 서로소인 두 자연수의 최소공배수는 두 자연수의 곱과 같다.

개념 확인 문제 1

다음을 구하시오.

(1) 4의 배수

(2) 6의 배수

(3) 4와 6의 공배수

(4) 4와 6의 최소공배수

개념 2 최소공배수 구하기

(1) 나눗셈을 이용하여 구하기

① 각 수를 1이 아닌 공약수로 나눈다.

② 몫에 1 이외의 공약수가 없을 때까지 계속 나눈다.

③ 나누어 준 공약수와 마지막 몫을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 30} \\ 3 \overline{) 6 \ 15} \\ \hline 2 \ 5 \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60$$

(2) 소인수분해를 이용하여 구하기

① 각 수를 소인수분해한다.

② 밑이 같은 거듭제곱 중에서 지수가 같거나 큰 것을 찾고 밑이 다른 거듭제곱을 찾는다.

③ ②에서 구한 거듭제곱을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{l} 12 = 2^2 \times 3 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ \hline (\text{최소공배수}) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60 \end{array}$$

• 나눗셈을 이용하여 세 수 이상의 최소공배수를 구할 때에는 어떤 두 수를 택해도 공약수가 1일 때까지 나눈다.

• 세 수 이상의 최소공배수를 구할 때에도 두 수의 최소공배수를 구할 때와 같은 방법으로 구한다.

개념 확인 문제 2

소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수를 구하시오.

(1) 15, 18

(2) 20, 25



형성평가

04. 최소공배수

정답과 풀이 · 7쪽

01 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 45일 때, A, B 의 공배수 중 200에 가장 가까운 수는?

8101-0061

- ① 160 ② 180 ③ 190
④ 210 ⑤ 225

02 두 수 $2 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 7$ 의 최소공배수는?

8101-0062

- ① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^3 \times 3$
④ $2^3 \times 3^2 \times 7$ ⑤ $2^4 \times 3^3 \times 7$

03 세 수 $2 \times 3^2 \times 7, 3 \times 5^3, 2^2 \times 7$ 의 최소공배수는?

8101-0063

- ① 2×3 ② $2 \times 3 \times 5^3 \times 7$
③ $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$
⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3 \times 7^2$

04 다음 중 두 수 $2 \times 5^2, 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

8101-0064

- ① $2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$

05 1000 이하의 자연수 중 세 수 36, 48, 72의 공배수의 개수는?

8101-0065

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
④ 7개 ⑤ 8개

06 두 수 $3^a \times 5, 3 \times 5^3 \times 7$ 의 최소공배수가 $3^2 \times 5^3 \times b$ 일 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, b 는 소수)

8101-0066

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

07 두 수 $3^a \times 5^3, 3^2 \times 5^b \times 11$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수가 $3^4 \times 5^3 \times 11$ 일 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

8101-0067

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

08 어느 역에서 A노선 열차는 25분, B노선 열차는 15분 간격으로 출발한다. 오전 7시에 두 열차가 동시에 출발했을 때, 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은?

8101-0068

- ① 오전 7시 50분 ② 오전 8시 15분
③ 오전 8시 40분 ④ 오전 9시 5분
⑤ 오전 9시 30분

1. 다음 중 소수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 5 ③ 13 ④ 21 ⑤ 37

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $3^2 = 9$ ② $2^4 = 8$ ③ $2^3 = 2 + 2 + 2$
④ $3 \times 3 \times 3 \times 5 = 3^5$ ⑤ $5^2 = 5 \times 5$

3. 96을 소인수분해하면 $2^{\square} \times \square$ 이다. 이때 \square 안에 알맞은 수를 차례로 써넣어라.

4. 다음 중 24의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2^3 ③ 3^2 ④ 2×3 ⑤ $2^3 \times 3$

5. 다음 중 약수가 가장 많은 것은?

- ① 12 ② 36 ③ 2×3^2
④ $2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 5^2$

6. 다음을 거듭제곱을 사용하여 나타내고, 밑과 지수를 각각 말하여라.

- (1) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
(2) $7 \times 7 \times 11 \times 11$
(3) $a \times a \times a$
(4) $a \times b \times b \times a \times a \times a$

7. 1부터 50까지의 자연수 중에서 소수를 모두 찾아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

8. 다음은 소인수분해하는 과정을 나타낸 것이다.
 \square 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{array}{r} (1) 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) \square} \\ 3 \overline{) \square} \\ \square \end{array} \quad \begin{array}{r} (2) 2 \overline{) 490} \\ \square \overline{) \square} \\ \square \overline{) 49} \\ \square \end{array}$$

$\therefore 90 = \square \times \square \times \square \quad \therefore 490 = \square \times \square \times \square$

9. 다음 수를 소인수분해하고, 소인수를 모두 구하여라.

- (1) 36
(2) 96
(3) 168
(4) 180

10. 다음 수의 약수를 모두 구하여라.

- (1) 128
(2) 216
(3) $2 \times 3^2 \times 5$
(4) $2^2 \times 5^3$

11. 다음은 소인수분해를 이용하여 54의 약수를 모두 구하는 과정이다. ㉠~㉢에 알맞은 수를 써넣어라.

$\begin{array}{c} 3^3 \text{의 약수} \\ 2 \text{의 약수} \end{array}$	1	3	㉠	3^3
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 3 = 3$	㉡	$1 \times 3^3 = 27$
2	㉢	$2 \times 3 = 6$	㉢	$2 \times 3^3 = 54$

12. 다음 수의 약수의 개수를 구하여라.

- (1) 2^2
- (2) $2^2 \times 3$
- (3) $2^2 \times 5^2$
- (4) $3 \times 5^3 \times 7$

13. 180에 가능한 한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

14. 다음 두 수 또는 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

- (1) $2 \times 3^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5$
- (2) $2^2 \times 5, 2^3 \times 3^2, 2^2 \times 3 \times 5$
- (3) 32, 48
- (4) 84, 120, 36

15. 다음 중 서로소인 두 자연수끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 4, 6 ② 8, 9 ③ 14, 18
- ④ 15, 18 ⑤ 17, 19

16. 두 자연수 m 과 n 의 최소공배수가 25일 때, m 과 n 의 공배수 중에서 두 자리의 수를 모두 구하여라.

17. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 7$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

18. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 찾아라.

- ① 2와 7 ② 9와 16
- ③ 12와 16 ④ 11과 19

19. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, A 와 B 의 공약수를 모두 구하여라.

20. 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

- (1) 45, 60
- (2) 48, 90, 126
- (3) $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 5$
- (4) $2^4 \times 5$, $2^2 \times 5 \times 7$, $2^3 \times 5^2$

21. 사과 62개와 귤 115개를 되도록 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면 사과는 2개가 남고, 귤은 5개가 남는다고 한다. 이때 학생 수는?

- ① 8명 ② 10명 ③ 12명 ④ 14명 ⑤ 16명

22. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

- (1) 두 수 24와 40의 공약수는 □의 약수이다.
- (2) 두 수 8과 12의 공배수는 □의 배수이다.

23. 두 자연수의 최소공배수가 24일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

24. 다음 수의 최소공배수를 구하여라.

- (1) 90, 135
- (2) $2^2 \times 3^3$, $2^5 \times 3^2$
- (3) 64, 80, 120
- (4) $2^2 \times 7$, 2×3^3 , $2 \times 3^2 \times 7$

25. 자전거로 운동장을 한 바퀴 도는 데 희권이는 45초, 수민이는 60초가 걸린다. 이와 같은 속력으로 이 두 사람이 같은 곳에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 두 사람은 몇 초 후에 처음으로 다시 출발점에서 만나는지 구하여라