

I -1. 다항식의 연산

01 ③	02 ①	03 ①	04 ②	05 ②
06 36	07 ③	08 100	09 ④	10 ②
11 ④	12 16	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 240	17 135	18 ⑤		

03  $2A - B = 2(2x^2 - x + 1) - (x^2 - 2x - 1)$   
 $= 4x^2 - 2x + 2 - x^2 + 2x + 1 = 3x^2 + 3$

04  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ 에서  
 $40 = 64 - 12ab$ ,  $12ab = 24$ , 즉  $ab = 2$

05 이웃하는 세 모서리의 길이를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 라 하자.  
 $\overline{AG} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{13}$ 이므로  
 $a^2 + b^2 + c^2 = 13$   
 모든 모서리의 길이의 합은  $4(a+b+c) = 20$ 이므로  $a+b+c = 5$   
 따라서 직육면체의 겉넓이는  
 $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)$   
 $= 25 - 13 = 12$

06  $(6x+y-2z)^2$   
 $= 36x^2 + y^2 + 4z^2 + 12xy - 4yz - 24zx$   
 이므로  $x^2$ 의 계수는 36

07 직육면체의 밑면의 가로 길이는  
 $n^2 + 3n = n(n+3)$   
 세로 길이는  $n+1 = n \times 1 + 1$   
 높이는  $n^3 + 3n^2 + 2n + 2 = n(n^2 + 3n + 2) + 2$   
 이므로 한 모서리의 길이가  $n$ 인 정육면체를 최대  $(n+3) \times 1 \times (n^2 + 3n + 2)$ 개 얻을 수 있다.  
 따라서 구하는 정육면체의 최대 개수는  
 $(n+1)(n+2)(n+3)$

08  $(a+b+2c)^2$   
 $= a^2 + b^2 + (2c)^2 + 2ab + 2b(2c) + 2(2c)a$   
 $= a^2 + b^2 + 4c^2 + 2(ab + 2ab + 2ca)$   
 $= 44 + 2 \times 28 = 100$

09 
$$\begin{array}{r} 3x+1 \\ x^2-x+2 \overline{) 3x^3-2x^2+3x+7} \\ \underline{3x^3-3x^2+6x} \phantom{+7} \\ x^2-3x+7 \\ \underline{x^2-x+2} \\ -2x+5 \end{array}$$

따라서  $a = 3$ ,  $b = 5$ 이므로  $a+b = 8$

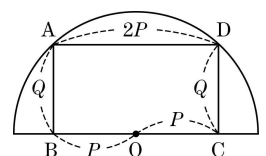
10  $(ax+2)^3 + (x-1)^2$   
 $= (a^3x^3 + 6a^2x^2 + 12ax + 8) + (x^2 - 2x + 1)$   
 $= a^3x^3 + (6a^2+1)x^2 + (12a-2)x + 9$   
 $12a-2 = 34$ 이므로  $a = 3$

11  $P(x) + 4x = 3x^3 + 5x + 11$ 을  
 $Q(x) = x^2 - x + 1$ 로 나누면  

$$\begin{array}{r} 3x+3 \\ x^2-x+1 \overline{) 3x^3 \phantom{+5x+11}} \\ \underline{3x^3-3x^2+3x} \phantom{+11} \\ 3x^2+2x+11 \\ \underline{3x^2-3x+3} \\ 5x+8 \end{array}$$
  
 몫은  $3x+3$ 이고 나머지는  $5x+8$ 이므로  
 $a = 8$

12 직육면체의 부피는  
 $(a+b)^2(a+2b) = a^3 + 4a^2b + 5ab^2 + 2b^3$   
 즉, 12개의 작은 직육면체의 개수는 다음과 같다.  
 부피가  $a^3$ 인 직육면체: 1개  
 부피가  $a^2b$ 인 직육면체: 4개  
 부피가  $ab^2$ 인 직육면체: 5개  
 부피가  $b^3$ 인 직육면체: 2개  
 따라서 5개인 작은 직육면체는 부피가  $ab^2$ 이므로  
 $ab^2 = 150 = 6 \times 5^2$   
 따라서  $a = 6$ ,  $b = 5$ 이므로  
 $a+2b = 6 + 2 \times 5 = 16$

13 오른쪽 그림과 같이  
 $\overline{OC} = P$ ,  $\overline{CD} = Q$ 라고  
 하면  $\overline{DA} = 2P$ ,  
 $\overline{AB} = Q$ ,  $\overline{BO} = P$ 이고  
 $\overline{OC} + \overline{CD} = x + y + 3$ 에서  
 $P + Q = x + y + 3$



.....㉠

$$\overline{DA} + \overline{AB} + \overline{BO} = 3x + y + 5 \text{에서}$$

$$3P + Q = 3x + y + 5 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\textcircled{A} - \textcircled{B} \text{에서 } 2P = 2x + 2, P = x + 1 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{B} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } Q = y + 2$$

직사각형 ABCD의 넓이 S는

$$S = \overline{DA} \times \overline{AB} = 2P \times Q = 2(x+1)(y+2)$$

14  $\overline{PQ} = 1, \overline{AR} = a^2$ 이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \times (\overline{PQ} + \overline{AR}) = \boxed{\frac{1+a^2}{2}}$$

이다. 또한

$$\overline{MB} = \overline{MN} - \overline{BN}$$

$$= \boxed{\frac{1+a^2}{2}} - \left(\frac{a-1}{2}\right)^2 = \boxed{\left(\frac{a+1}{2}\right)^2}$$

이다.

삼각형 PAB의 넓이를 S라고 하면

$$S = 2 \times \triangle MAB = 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{MB} \times \overline{NR}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 \times \frac{a+1}{2} = \frac{(a+1)^3}{\boxed{8}}$$

이다.

$$\text{따라서 } f(a) = \frac{1+a^2}{2}, g(a) = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2,$$

$$k = 8 \text{이므로 } f(3) + g(5) + k = 5 + 9 + 8 = 22$$

15 (i)  $r = \frac{R}{3}$ 를 주어진 관계식에 대입하면

$$v = \frac{P}{4\eta l} \times \left\{ R^2 - \left(\frac{R}{3}\right)^2 \right\} = \frac{P}{4\eta l} \times \frac{8}{9} R^2$$

(ii)  $r = \frac{R}{2}$ 를 주어진 관계식에 대입하면

$$v = \frac{P}{4\eta l} \times \left\{ R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 \right\} = \frac{P}{4\eta l} \times \frac{3}{4} R^2$$

(i), (ii)에서

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{9} R^2 \div \frac{3}{4} R^2 = \frac{8}{9} R^2 \times \frac{4}{3 R^2} = \frac{32}{27}$$

16  $\overline{AB} = x, \overline{CB} = y$ 라고 하면  $\overline{AB} = 8$ 이므로

$$x + y = 8$$

$$\text{부피의 합은 } 224 \text{이므로 } x^3 + y^3 = 224$$

$$\text{겉넓이의 합은 } 6(x^2 + y^2)$$

$$(x+y)^3 = (x^3 + y^3) + 3xy(x+y) \text{에서}$$

$$8^3 = 224 + 3xy \times 8, 512 = 224 + 24xy$$

$$\text{이므로 } xy = 12 \text{에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 8^2 - 2 \times 12 = 40$$

따라서 두 정육면체의 겉넓이의 합은

$$6(x^2 + y^2) = 6 \times 40 = 240$$

17 (가)에서  $(x-3)(y-3)(2z-3) = 0 \quad \dots \textcircled{A}$

(나)에서  $3(x+y+2z) = xy + 2yz + 2zx \quad \dots \textcircled{B}$

㉠에서

$$(x-3)(y-3)(2z-3)$$

$$= (xy - 3x - 3y + 9)(2z - 3)$$

$$= 2xyz - 6xz - 6yz + 18z - 3xy$$

$$+ 9x + 9y - 27$$

$$= 2xyz - 3(xy + 2yz + 2zx) + 9x + 9y - 27$$

$$= 0$$

㉠을 이 식에 대입하면

$$2xyz - 3(xy + 2yz + 2zx)$$

$$+ 9(x + y + 2z) - 27$$

$$= 2xyz - 3\{3(x + y + 2z)\} + 9(x + y + 2z) - 27$$

$$= 2xyz - 9(x + y + 2z) + 9(x + y + 2z) - 27$$

$$= 2xyz - 27 = 0$$

$$\text{따라서 } xyz = \frac{27}{2} \text{이므로 } 10xyz = 135$$

18 가. 두 사각형 ABCD와 FCDE는 닮음이므로

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{FE} : \overline{FC} \text{에서}$$

$$1 : x = x : (1-x) \text{이므로 } \frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} \text{ (참)}$$

나.  $1 : x = x : (1-x)$ 에서  $x^2 = 1-x \quad \dots \textcircled{A}$

㉠의 양변에  $x$ 를 곱하여 정리하면

$$x^3 = x - x^2 = x - (1-x) = 2x - 1$$

$$\text{따라서 } x^3 - 2x + 1 = 0 \text{ (참)}$$

다. 두 사각형 EFCD와 GHDE에서

$$\overline{EF} = x, \overline{FC} = 1-x = x^2,$$

$$\overline{EG} = x - (1-x) = 2x - 1 = x^3$$

$$\overline{EF} : \overline{FC} = x : x^2 = x^2 : x^3 = \overline{GH} : \overline{HD}$$

즉, 두 사각형 EFCD와 GHDE는 닮음이다.

한편, 사각형 EGJI는 정사각형이므로

$$\overline{EI} = \overline{EG} = x^3 \text{이다. 따라서}$$

$$\overline{ID} = \overline{ED} - \overline{EI} = \overline{FC} - \overline{EI}$$

$$= x^2 - x^3 = x^2(1-x) = x^2 \cdot x^2 = x^4 \text{ (참)}$$

이상에서 가, 나, 다 모두 옳다.