10강.경우의 수
합의법칙 곱의법칙,순열과 조합

10회 성취 개수:

학번 이름

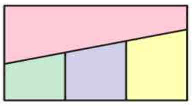
1.교과서 : P250(수형도의 뒤가 같을때와 다를 때),
P252(색칠하기--> 가장 많은 면이 접한 곳부터)
P254(순열-->순서있는것과 곱의 법칙을 공식으로)
P258(조합-->순서를 배재시킨 서로다른 것 선택)
P259,P260,P262,P263,P265

2.쌤.

358 난이도 ●●○ [비상]

다음 그림의 영역을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색은 여러 번 사용해도 되지만 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오.

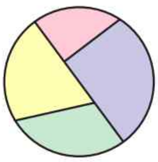
(단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



368 난이도 ●●○

4개의 서로 다른 색을 이용하여 그림의 영역을 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 사용해도 되지만 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오.

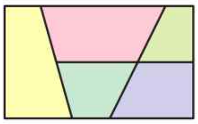
(단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



379 난이도 ●●●

다음 그림의 영역을 서로 다른 5가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색은 여러 번 사용해도 되지만 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오.

(단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



400 난이도 ●●○

다음 그림과 같이 4개의 섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오.

403 난이도 ●●○

지상 1층부터 10층까지 운행하는 엘리베이터가 있다. 1층에서 엘리베이터를 탑승한 4명이 10층까지 1회 운행하는 동안 모두 내릴 때, 서로 연속한 층에서 내리지 않고 각 층에서 1명씩만 내리는 경우의 수는? (단, 1층에서 내리는 사람은 없다.)

411

난이도 ●●○

1, 2, 3, 4, 5의 다섯 개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 300 이상 2000 이하의 자연수의 개수는? (단, 각 자리의 숫자는 서로 다르다.)

412

난이도 ●●●

다음 그림과 같이 서로 다른 세 종류의 화분이 2개씩 있다. 이 6개의 화분을 일렬로 배열할 때, 같은 종류의 화분은 서로 이웃하지 않게 배열하는 경우의 수를 구하시오.

(단, 같은 종류의 화분은 서로 구별하지 않는다.)

423

난이도 ●●●

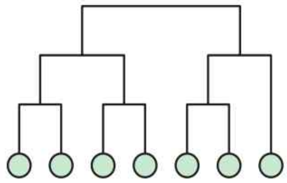
집합 $X=\{1, 2, 3\}$에서 집합 $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$으로의 함수 f가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f의 개수를 구하시오.

(가) $f(1)\geq 4$
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$이다.

429

난이도 ●●○

다음 그림은 어느 고등학교 2학년 7개의 반이 참가한 줄다리기 대회의 대진표이다. 이 대진표를 작성하는 방법의 수를 구하시오.



430

난이도 ●●○

어떤 자동차 공장에서 새 차를 대리점으로 옮기려고 한다. 최대 4대까지 실을 수 있는 똑같은 트레일러 3대에 서로 다른 새 차 8대를 나누어 싣는 방법의 수를 구하시오.

(단, 하나의 트레일러에 적어도 한 대는 실어야 한다.)

435

난이도 ●●○

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 Y로의 함수 f의 개수를 구하시오.

(가) $f(3)=5$
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)<f(x_2)$

441

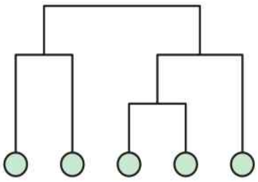
난이도 ●●○

어느 학교 동아리는 모두 10명으로 구성되어 있다. 이 동아리 회원 10명을 3명, 3명, 4명의 3개 조로 나누는 방법의 수는?

442

난이도 ●●○

토너먼트로 경기를 하여 우승자를 가리는 축구대회에 5개의 팀이 참가하였을 때, 다음 그림과 같이 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하시오.



3.모의고사

▶2020년 03월 서울교육청(고2) 17번 [4점]

1. 그림과 같이 크기가 같은 6개의 정사각형에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있다.

1	2	3
4	5	6

서로 다른 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 다음 조건을 만족시키도록 6개의 정사각형에 색을 칠하는 경우의 수는? (단, 한 정사각형에 한 가지 색만을 칠한다.)

(가) 1이 적힌 정사각형과 6이 적힌 정사각형에는 같은 색을 칠한다.
(나) 변을 공유하는 두 정사각형에는 서로 다른 색을 칠한다.

▶2021년 03월 서울교육청 18번 [4점]

1. 어느 학교에서는 '확률과 통계', '미적분', '기하'의 수학 과목 3개와 '물리학Ⅱ', '화학Ⅱ', '생명과학Ⅱ', '지구과학Ⅱ'의 과학 과목 4개를 선택 교육 과정으로 운영한다. 두 학생 A, B가 이 7개의 과목 중에서 다음 조건을 만족시키도록 과목을 선택하려고 한다.

- A, B는 각자 1개 이상의 수학 과목을 포함한 3개의 과목을 선택한다.
- A가 선택하는 3개의 과목과 B가 선택하는 3개의 과목 중에서 서로 일치하는 과목의 개수는 1이다.

다음은 A, B가 과목을 선택하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

A, B가 선택하는 과목 중에서 서로 일치하는 과목이 수학 과목인 경우와 과학 과목인 경우로 나누어 구할 수 있다.

(i) 서로 일치하는 과목이 수학 과목일 때
3개의 수학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는
${}_3C_1 = 3$
위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A가 2개를 선택하고, 나머지 4개의 과목 중에서 B가 2개를 선택하는 경우의 수는
$\boxed{(가)}$
이때의 경우의 수는
$3 \times \boxed{(가)}$

(ii) 서로 일치하는 과목이 과학 과목일 때
4개의 과학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는
${}_4C_1 = 4$
위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A, B는 수학 과목을 1개 이상 선택해야 하므로 다음 두 가지 경우로 나눌 수 있다.
(ii-1) A, B 모두 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는
$({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) = 36$
(ii-2) A, B 중 한 명은 수학 과목 2개를 선택하고, 다른 한 명은 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는
$\boxed{(나)}$
이때의 경우의 수는
$4 \times \left(36 + \boxed{(나)}\right)$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$3 \times \boxed{(가)} + 4 \times \left(36 + \boxed{(나)}\right)$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $p+q$의 값은?

① 102 ② 108 ③ 114 ④ 120 ⑤ 126

▶2020년 03월 서울교육청 29번 [4점]

1. 서로 다른 종류의 꽃 4 송이와 같은 종류의 초콜릿 2 개를 5 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 아무것도 받지 못하는 학생이 없도록 꽃과 초콜릿을 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

▶2019년 03월 서울교육청 14번 [4점]

1. 그림과 같이 9 개의 칸으로 나누어진 정사각형의 각 칸에 1 부터 9 까지의 자연수가 적혀 있다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

이 9 개의 숫자 중 다음 조건을 만족시키도록 2 개의 숫자를 선택하려고 한다.

(가) 선택한 2 개의 숫자는 서로 다른 가로줄에 있다.
(나) 선택한 2 개의 숫자는 서로 다른 세로줄에 있다.

예를 들어, 숫자 1 과 5 를 선택하는 것은 조건을 만족시키지만, 숫자 3 과 9 를 선택하는 것은 조건을 만족시키지 않는다.
조건을 만족시키도록 2 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

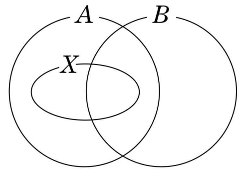
▶2019년 03월 서울교육청 19번 [4점]

1. 두 집합

$A=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$,
$B=\{x \mid x$는 6 이상 15 이하의 자연수$\}$

가 있다. 다음은 $X \subset A$, $n(X \cup B)=12$ 를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하는 과정이다.

$X \subset A$ 이므로 세 집합 A, B, X를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$X_1=X \cap (A-B)$, $X_2=X \cap (A \cap B)$ 라 하면
$X=X_1 \cup X_2$ 이고 $X_1 \cap X_2=\varnothing$ 이다.
(i) $n(X \cup B)=12$ 이고 $n(B)=10$ 이므로
$n(X_1)=\boxed{(가)}$
따라서 가능한 집합 X_1 의 개수는 $\boxed{(나)}$ 이다.
(ii) 집합 X_2 는 집합 $A \cap B$ 의 부분집합이므로
가능한 집합 X_2 의 개수는 $\boxed{(다)}$ 이다.
(i), (ii)에 의하여 집합 X 의 개수는

$$\boxed{(나)} \times \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은?

▶2019년 03월 서울교육청28번 [4점]

2. 어느 관광지에서 7 명의 관광객 A, B, C, D, E, F, G가 마차를 타려고 한다. 그림과 같이 이 마차에는 4 개의 2 인용 의자가 있고, 마부는 가장 앞에 있는 2 인용 의자의 오른쪽 좌석에 앉는다. 7 명의 관광객이 다음 조건을 만족시키도록 비어 있는 7 개의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오.

(가) A와 B는 같은 2 인용 의자에 이웃하여 앉는다.
(나) C와 D는 같은 2 인용 의자에 이웃하여 앉지 않는다.

1. [정답] ③
[출제의도] 곱의 법칙을 이용하여 색을 칠하는 경우의 수를 구하는 문제를 해결한다.
1이 적힌 정사각형과 6이 적힌 정사각형에 같은 색을 칠해야 하고, 변을 공유하는 두 정사각형에는 서로 다른 색을 칠하므로 1, 6, 2, 3, 5, 4가 적힌 정사각형의 순서로 색을 칠한다고 생각하자.
서로 다른 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 색을 칠하므로
1이 적힌 정사각형에 칠할 수 있는 색은 4가지
6이 적힌 정사각형에는 1이 적힌 정사각형에 칠한 색과 같은 색을 칠해야 하므로 칠할 수 있는 색은 1가지
2가 적힌 정사각형에 칠할 수 있는 색은 1이 적힌 정사각형에 칠한 색을 제외한 3가지
3이 적힌 정사각형에 칠할 수 있는 색은 2, 6이 적힌 정사각형에 칠한 색을 제외한 2가지
5가 적힌 정사각형에 칠할 수 있는 색은 2, 6이 적힌 정사각형에 칠한 색을 제외한 2가지
4가 적힌 정사각형에 칠할 수 있는 색은 1, 5가 적힌 정사각형에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 조건을 만족시키도록 색을 칠하는 경우의 수는
$4\times1\times3\times2\times2\times2=96$

2. [정답] ②
[출제의도] 합의 법칙과 곱의 법칙, 조합을 이용하여 경우의 수를 구하는 과정을 추론한다.
A, B가 선택하는 과목 중에서 서로 일치하는 과목이 수학 과목인 경우와 과학 과목인 경우로 나누어 구할 수 있다.
(i) 서로 일치하는 과목이 수학 과목일 때
3개의 수학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는
${}_3C_1=3$
위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A가 2개를 선택하고, 나머지 4개의 과목 중에서 B가 2개를 선택하는 경우의 수는
${}_6C_2\times{}_4C_2=\boxed{90}$
이때의 경우의 수는
3×90
(ii) 서로 일치하는 과목이 과학 과목일 때
4개의 과학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는
${}_4C_1=4$
위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A, B는 수학 과목을 1개 이상 선택해야 하므로 다음 두 가지 경우로 나눌 수 있다.
(ii-1) A, B 모두 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는
$({}_3C_1\times{}_3C_1)\times({}_2C_1\times{}_2C_1)=36$
(ii-2) A, B 중 한 명은 수학 과목 2개를 선택하고, 다른 한 명은 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는 다음과 같다.
A, B 중 수학 과목 2개를 선택할 학생을 택하는 경우의 수는 ${}_2C_1$, 이 학생이 3개의 수학 과목 중 2개를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_2$, 다른 한 명이 남아 있는 수학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_1C_1$, 이 학생이 과학 과목 중 공통으로 선택한 한 과목을 제외한 3개의 과목 중 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1$이다.
따라서
${}_2C_1\times{}_3C_2\times({}_1C_1\times{}_3C_1)=\boxed{18}$
이때의 경우의 수는
$4\times(36+18)$
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$3\times90+4\times(36+18)$이다.
따라서 $p=90$, $q=18$이므로
$p+q=108$

3. [정답] 960
[출제의도] 순열과 조합을 이용하여 경우의 수를 구하는 문제를 해결한다.
꽃 4송이와 초콜릿 2개를 조건을 만족시키도록 5명의 학생에게 나누어 주는 경우는 다음과 같다.
(i) 1명의 학생이 초콜릿 2개를 받는 경우
초콜릿 2개를 받는 학생을 정하는 경우의 수는 5이고, 나머지 4명의 학생에게 꽃을 각각 한 송이씩 나누어 주는 경우의 수는
$4!=4\times3\times2\times1=24$
이므로 1명의 학생이 초콜릿 2개를 받는 경우의 수는 $5\times24=120$
(ii) 1명의 학생이 꽃 2송이를 받는 경우
4송이의 꽃 중에서 2송이의 꽃을 고르는 경우의 수는
${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$
이고, 이 2송이의 꽃을 받는 학생을 정하는 경우의 수는 5, 남은 두 송이의 꽃을 줄 학생을 정하는 경우의 수는
${}_4P_2=4\times3=12$
이고 꽃을 받지 못한 2명의 학생에게 초콜릿을 각각 1개씩 주는 경우의 수가 1이므로 1명의 학생이 꽃 2송이를 받는 경우의 수는
$6\times5\times12\times1=360$
(iii) 1명의 학생이 꽃 1송이와 초콜릿 1개를 받는 경우
4송이의 꽃을 4명의 학생에게 각각 1송이씩 주는 경우의 수는
${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$
이고 꽃을 받지 못한 학생에게 초콜릿 1개를 주고 꽃을 받은 학생 중 1명을 택해 남은 초콜릿 1개를 주는 경우의 수는
${}_4C_1=4$
이므로 1명의 학생이 꽃 1송이와 초콜릿 1개를 받는 경우의 수는
$120\times4=480$
(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는
$120+360+480=960$

4. [정답] ④
[출제의도] 곱의 법칙과 조합을 이용하여 숫자를 선택하는 경우의 수를 구한다.
3개의 가로줄 중 2개의 가로줄을 택하는 경우의 수는 ${}_3C_2=3$
택한 2개의 가로줄 중 한 가로줄에서 1개의 숫자를 선택하는 경우의

수는 ${}_3\mathrm{C}_1=3$ 이고, 조건 (나)로부터 나머지 한 가로줄에서 이미 선택한 숫자와 다른 세로줄에 있는 1 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는
${}_2\mathrm{C}_1=2$
따라서 조건을 만족시키도록 2 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는
$3\times3\times2=18$ 이다.

5. [정답] ①
[출제의도] 조합의 수를 이해하여 집합의 개수를 구하는 과정을 추론한다.
$A=\{x\mid x$ 는 10 이하의 자연수$\}$
$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
$B=\{x\mid x$ 는 6 이상 15 이하의 자연수$\}$
$=\{6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15\}$
에서
$A-B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\},\ A\cap B=\{6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
이므로
$n(A-B)=5,\ n(A\cap B)=5$
$X_1=X\cap(A-B),\ X_2=X\cap(A\cap B)$ 라 하면
$X=X_1\cup X_2$ 이고 $X_1\cap X_2=\varnothing$ 이다.
(i) $n(X\cup B)=12$ 이고 $n(B)=10$ 이므로
$n(X_1)=\boxed{2}$
집합 X_1은 집합 $A-B$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합이므로
가능한 집합 X_1 의 개수는 ${}_5\mathrm{C}_2=\boxed{10}$이다.
(ii) 집합 X_2 는 집합 $A\cap B$ 의 부분집합이므로 가능한 집합 X_2 의 개수는
$2^5=\boxed{32}$이다.
(i), (ii)에 의하여 집합 X 의 개수는 집합 X_1을 정하는 경우의 수와 집합 X_2를 정하는 경우의 수의 곱과 같으므로
${}_5\mathrm{C}_2\times2^5=\boxed{10}\times\boxed{32}=320$
따라서 $p=2,\ q=10,\ r=32$ 이므로
$p+q+r=44$

6. [정답] 576
[출제의도] 경우의 수를 구하는 실생활과 관련된 문제를 해결한다.
조건 (가)에서 A와 B가 같이 앉을 수 있는 2 인용 의자는 마부가 앉아 있는 의자를 제외한 3 개이고, 두 사람은 자리를 서로 바꿔 앉을 수 있으므로 A와 B가 앉는 경우의 수는
$3\times2!=6$
남은 5 개의 좌석에 C와 D가 앉는 전체 경우의 수는
${}_5\mathrm{P}_2=20$
이때 C와 D가 같은 2 인용 의자에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구해 보자.
두 사람이 이웃하여 앉을 수 있는 의자는 A와 B가 앉아 있는 의자와 마부가 앉아 있는 의자를 제외한 나머지 2 개이고, 두 사람은 서로 자리를 바꿔 앉을 수 있으므로 C와 D가 앉는 경우의 수는
$2\times2!=4$
따라서 조건 (나)에서 C와 D가 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는
$20-4=16$
남은 3 개의 좌석에 E, F, G가 앉는 경우의 수는
$3!=6$
따라서 모든 경우의 수는
$6\times16\times6=576$