6월 18일 수능 모의평가

수학 영역(가형)

분석 및 해설

정 답									
01 ⑤	02 ②	03 ④	04 ③	05 ①	06 ③	07 ②	08 ①	09 ④	10 ⑤
11 ③	12 ①	13 ②	14 ①	15 ④	16 ③	17 ②	18 ⑤	19 ④	20 ①
21 ④	22 24	23 21	24 33	25 4	26 7	27 46	28 15	29 114	30 331

출제 문항 분석

문항	정답률	출제 단원	출제 의도
1	98.5	지수함수와 로그함수	지수의 계산
2	93.8	수열의 극한	극한값의 계산
3	98.5	수열의 극한	등비수열의 항 구하기
4	99.3	경우의 수	같은 것이 있는 순열의 수 계산
5	92.5	수열	급수의 수렴을 이용한 수열의 극한
6	84.2	지수함수와 로그함수	로그의 성질을 이용한 계산
7	88.3	수열의 극한	극한값의 계산
8	96.4	경우의 수	원순열의 계산
9	95.2	지수함수와 로그함수	로그함수의 최댓값과 최솟값의 계산
10	71.9	미분법	삼각함수와 지수함수의 연속성
11	92.9	미분법	몫의 미분법
12	57.7	지수함수와 로그함수	제곱근의 성질
13	84.2	확률	확률의 계산
14	78.9	삼각함수	삼각함수의 계산
15	77.7	수열	수열의 일반항을 이용한 증명
16	73.6	지수함수와 로그함수	그래프의 평행이동
17	52.2	확률	확률의 계산
18	60.1	지수함수와 로그함수	지수함수 그래프의 활용**
19	46.3	확률	독립사건의 확률*
20	27	수열의 극한	도형에서의 등비급수*
21	39.9	수열	수열의 일반항
22	95.3	수열	이항정리의 일반항
23	93.4	삼각함수	사인법칙
24	67.6	수열	수열의 귀납적 정의
25	65.5	미분법	음함수의 미분
26	56.8	수열	등차수열의 합
27	23.8	확률	조합과 수학적 확률**
28	13	수열의 극한	삼각함수를 이용한 도형의 넓이
29	22.2	확률	경우의 수의 계산
30	0.2	미분법	합성함수의 미분가능성**

* 신유형 문제
** 수능 출제 가능 문제

출제 경향 및 학습 대책

이번 6월 평가원 가형 시험은 작년 수능 수준으로 출제되었다. 흔히 킬러 문항이라고 불리는 21번과 30번의 난이도는 지난 해 수준을 유지하였으나, 준킬러 문항 중 18번, 20번, 27번을 통해 변별력을 파악할 수 있도록 하였다.

올해 2015개정 교육과정을 반영하여 출제 범위가 바뀌었는데 가형에서는 학생들에게 부담이었고 29번 또는 30번으로 출제되던 기하와 벡터가 빠진 대신 학생들이 쉽게 생각했던 확률과 통계가 29번으로 난이도가 상대적으로 높게 출제를 하였다.

또한 수학I의 출제 문항이 상대적으로 많았으며 오래전 기출 유형의 문제들이 다소 눈에 띄었다. 교육과정 변화에 따라 새로운 유형의 문제들 보다는 기존 유형을 이용 출제한 것으로 파악된다.

이번 시험에서 주목할 문항은 19, 28번 문항이다.
19번 문제는 귀납추론을 이용하여 문제를 풀어야 하는데 몇 년간 연역추론을 이용한 문제들이 출제되어 학생들이 문제를 접했을 때 생소하게 느끼거나 당황할 수 있는 문제이다. 28번은 극한의 활용도가 높은 문제로 삼각함수와 연계되어 체감 난이도가 높았을 것으로 추정한다.

모든 모의고사가 마찬가지이듯, 이번 시험을 잘 본 학생들은 자만하지 말고 기분 좋은 상태로 공부에 매진할 것이며, 잘못 본 학생들은 낙담하지 말고 이번에 드러난 약점을 보완하여 수능에서는 원하는 점수를 받도록 더욱 공부에 매진해야 할 것이다. 6월 모평을 통해서 확률과 통계의 난이도가 지속적으로 높아질 가능성이 있으므로 확률과 통계를 쉽게 생각하여 소홀히 하지 않도록 하는 것이 중요하다. 이번 6월 모평에서는 미적분이 미분까지만 시험 범위에 있었지만 고난도 킬러 문제는 항상 미적분에서 나오는 것을 잊지말고 철저히 대비해야 한다.
특히 중하위권 학생들은 철저한 오답정리로 부족한 개념, 발상법, 계산 등을 충실히 연습해야 하고, 상위권 학생들은 킬러 문항에 대한 두려움을 떨쳐내고 덩어리가 큰 문제를 잘게 쪼개는 연습을 해야 할 것이다.

[분석 동영상 보기]
이번 시험의 분석 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.

해 설

01 | $(2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^1 \times 2^3 = 2^4 = 16$

02 | $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{9n^2+12n}-3n)$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{9n^2+12n}-3n)(\sqrt{9n^2+12n}+3n)}{\sqrt{9n^2+12}+3n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{12n}{\sqrt{9n^2+12n}+3n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{12}{\sqrt{9+\frac{12}{n}}+3} = \frac{12}{\sqrt{9}+3} = 2$$

03 | 공비를 $r\,(r>0)$라 하면
$a_3 = r^2,\ a_2 = r$ 이므로
$r^2 - r - 6 = 0$
$(r-3)(r+2) = 0 \quad \therefore r = 3$
$\therefore a_4 = r^3 = 27$

04 | 같은 것이 있는 순열이므로
$\frac{6!}{3!2!1!} = 60$

05 | $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ 이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n} = 0$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2a_n^2+3n^2}{a_n^2+n^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}\times\left(\frac{a_n}{n}\right)+2\times\left(\frac{a_n}{n}\right)^2+3}{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2+1}$$

$$= \frac{0+0+3}{0+1} = 3$$

06 | 원점과 점 $(2,\ \log_4 a)$, 점 $(3,\ \log_2 b)$는 한 직선 위의 점이므로 $\frac{\log_4 a}{2} = \frac{\log_2 b}{3}$이다.

$\frac{1}{4}\log_2 a = \frac{1}{3}\log_2 b$이므로

$$\log_a b = \frac{\log_2 b}{\log_2 a} = \frac{3}{4}$$

07 | $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2} & (|x|>4) \\ -\dfrac{1}{3} & (|x|<4) \\ \dfrac{1}{4} & (x=4) \\ -\dfrac{3}{4} & (x=-4) \end{cases}$

$f(k)=-\dfrac{1}{3}$이려면 $|k|<4$

$\therefore\ -3\le k\le 3$

정수 k의 개수는 7이다.

08 | 1학년 학생을 $a_1,\ a_2$라 하고,

2학년 학생을 $b_1,\ b_2$라 하고,

3학년 학생을 $c_1,\ c_2,\ c_3$라 하자.

$a_1,\ a_2$가 이웃하고, $b_1,\ b_2$가 이웃해야 하므로

다음과 같이 다섯 묶음을 원순열로 앉게 하는

경우의 수를 구하면 된다.

$(a_1,\ a_2),\ (b_1,\ b_2),\ (c_1),\ (c_2),\ (c_3)$

$(a_1,\ a_2)$에서 $a_1,\ a_2$가 위치를 바꿀 수 있고,

$(b_1,\ b_2)$에서 $b_1,\ b_2$가 위치를 바꿀 수 있으므로

구하는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{5}\times 2^2=96$

09 | 함수 $f(x)$의 밑이 1보다 작으므로 $f(x)$는 감소함수이다.

$-4=f(0)=2\log_{\frac{1}{2}}k,\ \ \log_{\frac{1}{2}}k=-2$

$\therefore\ k=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}=4$

$m=f(12)=2\log_{\frac{1}{2}}(12+4)=-2\log_2 16=-8$

$\therefore\ k+m=4-8=-4$

10 | $f(x)=\begin{cases} \dfrac{a-4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2} & (x\neq 0) \\ f(0) & (x=0) \end{cases}$

함수 $f(x)$는 실수 전체에서 연속이므로

$$\lim_{x\to 0}\frac{a-4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2}=f(0)$$

(분모) $\to 0$이므로 (분자) $\to 0$ $\quad\therefore\ a=4$

$$\lim_{x\to 0}\frac{4\left\{\dfrac{1-\cos\frac{\pi}{2}x}{\left(\frac{\pi}{2}x\right)^2}\right\}}{\left(\dfrac{e^{2x}-1}{2x}\right)^2}\times\frac{\pi^2}{16}=\frac{4\times\frac{1}{2}}{1^2}\times\frac{\pi^2}{16}$$

$$=\frac{\pi^2}{8}=f(0)$$

$\therefore\ a\times f(0)=4\times\dfrac{\pi^2}{8}=\dfrac{\pi^2}{2}$

11 | 함수 $g(x)=\dfrac{f(x)}{(e^x+1)^2}$의 양변을 x로 미분하면

$$g'(x)=\frac{f'(x)(e^x+1)^2-f(x)\times 2(e^x+1)e^x}{(e^x+1)^4}$$

$x=0$을 대입하면

$$g'(0)=\frac{f'(0)\times 4-f(0)\times 4}{16}$$

$$=\frac{4\{f'(0)-f(0)\}}{16}=\frac{1}{2}$$

12 | $-n^2+9n-18$의 n제곱근의 부호는

n이 홀수일 때 $-n^2+9n-18$의 부호와 같고

n이 짝수일 때 $-n^2+9n-18\neq 0$이면 양수와 음수가 각각 하나씩 있다.

(ⅰ) n이 홀수일 때

$-n^2+9n-18<0$이므로

$n^2-9n+18>0$에서 $n>6$ 또는 $n<3$

$\therefore\ 2\le n<3$ 또는 $6<n\le 11$인 홀수이므로

$n=7,\ 9,\ 11$

(ⅱ) n이 짝수일 때

$-n^2+9n-18>0$이므로

$n^2-9n+18<0$에서 $3<n<6$

$\therefore\ n=4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 n의 값의 합은

$7+9+11+4=31$이다.

13 | 사건 A를 $|a-3|+|b-3|=2$,

사건 B를 $a=b$라 하자.

(ⅰ) $n(A)$

$|a-3|=0,\ |b-3|=2$

$a=3,\ b=1$ 또는 5 $\therefore$ 2가지

$|a-3|=1,\ |b-3|=1$

$a=2$ 또는 $4,\ b=2$ 또는 4 $\therefore$ 4가지

$|a-3|=2,\ |b-3|=0$

$a=1$ 또는 $5,\ b=3$ $\therefore$ 2가지

$\therefore n(A)=8$

(ⅱ) $n(B)$

$(1,\ 1),\ (2,\ 2), \cdots, (6,\ 6)$ $\therefore$ 6가지

$\therefore n(B)=6$

(ⅲ) $n(A\cap B)$

$(2,\ 2),\ (4,\ 4)$ $\therefore$ 2가지

$\therefore n(A\cap B)=2$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$이므로

$n(A\cup B)=8+6-2=12$

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

14 | 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 (판별식)≥ 0이어야 한다.

$\dfrac{D}{4}=\sin^2\theta+3\cos^2\theta+5\sin\theta-5\geq 0$

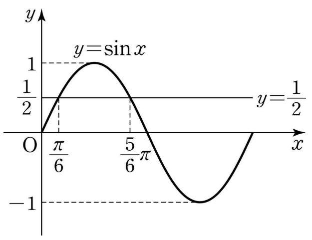
$\sin^2\theta+3(1-\sin^2\theta)+5\sin\theta-5\geq 0$

$-2\sin^2\theta+5\sin\theta-2\geq 0$

$2\sin^2\theta-5\sin\theta+2\leq 0$

$(2\sin\theta-1)(\sin\theta-2)\leq 0$

$\dfrac{1}{2}\leq \sin\theta\leq 2$



위의 그림에서 $\sin\theta\geq\dfrac{1}{2}$인 범위는

$\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{5}{6}\pi$이다.

따라서 $\alpha=\dfrac{\pi}{6},\ \beta=\dfrac{5}{6}\pi$이다.

$\therefore 4\beta-2\alpha=\dfrac{20}{6}\pi-\dfrac{2}{6}\pi=3\pi$

15 | $\displaystyle\sum_{k=1}^{m+1}a_k=\sum_{k=1}^{m}a_k+a_{m+1}$

$=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$

$+\left(2^{2(m+1)}-1\right)\times\boxed{2^{(m+1)m}}$

$+m\times 2^{-m-1}$

$\therefore f(m)=2^{(m+1)m}$

정리하면

$=\boxed{2^{m(m+1)}}(1+2^{2m+2}-1)-\dfrac{m+2}{2}\times 2^{-m}$

$=\boxed{2^{m(m+1)}}\times\boxed{2^{2m+2}}-\dfrac{m+2}{2}\times 2^{-m}$ 이므로

$g(m)=2^{2m+2}$

$\therefore \dfrac{g(7)}{f(3)}=\dfrac{2^{14+2}}{2^{4\times 3}}=\dfrac{2^{16}}{2^{12}}=2^4=16$

16 | $y=e^{\frac{x}{2}+3t}=e^{\frac{1}{2}(x+6t)}$이므로

함수 $y=e^{\frac{x}{2}+3t}$의 그래프는 함수 $y=e^{\frac{x}{2}}$의 그래프를 x축의 음의 방향으로 $6t$만큼 평행이동한 것이다. $\therefore \overline{\mathrm{QR}}=6t$

$\overline{\mathrm{PQ}}=e^{\frac{k}{2}+3t}-e^{\frac{k}{2}}=6t$

$e^{\frac{k}{2}}(e^{3t}-1)=6t$

$e^{\frac{k}{2}}=\dfrac{6t}{e^{3t}-1}$

$\displaystyle\lim_{t\to 0}e^{\frac{k}{2}}=\lim_{t\to 0}\frac{6t}{e^{3t}-1}=2$

$\therefore t\to 0$일 때 $\dfrac{k}{2}\to\ln 2$이다.

$\displaystyle\lim_{t\to 0}k=\lim_{t\to 0}f(t)=2\ln 2=\ln 4$

17 | 4가 적혀 있는 카드의 바로 양 옆에 이웃하는 수가 (5, 6인 경우), (5, 7인 경우), (6, 7인 경우)로 나누어 보자.

(ⅰ) 4의 양 옆에 이웃하는 카드의 수가 5, 6인 경우
(5, 4, 6)에서 두 카드 5, 6의 위치가 바뀔 수 있으므로 2가지
5가 적혀 있는 카드의 옆자리에 1, 2, 3이 적혀 있는 세 카드 중 하나를 놓아야 하므로 3가지

($\square$, ⑤, 4, ⑥) 묶음과 나머지 숫자가 적혀 있는 세 카드를 배열하는 $4!$가지

따라서 $2 \times 3 \times 4! = 144$가지

(ii) (i)의 경우와 같으므로 144가지

(iii) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양 옆에 이웃하는 수가 6, 7인 경우

(⑥, 4, ⑦), (◯, 5, ◯), (◯)

두 카드 6, 7의 위치를 바꾸는 경우의 수가 2가지

세 카드 1, 2, 3 중 두 개를 선택하여 5의 양 옆에 놓는 경우의 수가 ${}_3\mathrm{P}_2$가지

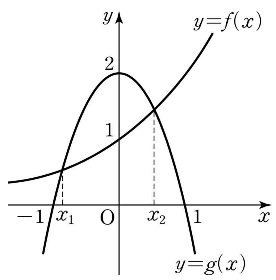
세 묶음을 일렬로 배열하는 경우의 수가 $3!$가지

따라서 $2 \times {}_3\mathrm{P}_2 \times 3! = 72$가지

(i), (ii), (iii)에서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{144+144+72}{7!} = \frac{1}{14}$$

18 |



$f(x) = 2^x$, $g(x) = -2x^2 + 2$라 할 때 두 함수의 그래프를 그리면 위와 같다.

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$, $g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$

이고 $\sqrt{2} < \frac{3}{2}$이므로 $f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$이다.

$\therefore x_2 > \frac{1}{2}$ $\quad\therefore$ 참

ㄴ. 세 점 $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$은 기울기가 1인 직선 위에 있고 점 (x_1, y_1)은 직선의 위에, 점 (x_2, y_2)는 직선의 아래에 있으므로 점 (x_1, y_1)과 점 (x_2, y_2)를 이은 직선의 기울기는 1보다 작다.

$\therefore \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} < 1$, $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$ $\quad\therefore$ 참

ㄷ. 함수 $y = g(x)$는 y축 대칭이므로 $x_1 < -x_2$ 이므로 $x_1 + x_2 < 0$

또한 $x_1 > -1$, $x_2 > \frac{1}{2}$이므로

$x_1 + x_2 > -\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore -\frac{1}{2} < x_1 + x_2 < 0$, $2^{-\frac{1}{2}} < 2^{x_1 + x_2} < 2^0$

$y_1 y_2 = 2^{x_1 + x_2}$이므로 $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$이다.

$\therefore$ 참

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

19 | $A = \{1, 2, 3, 4\}$에서 $B = \{1, 2, 3\}$으로의 모든 함수의 개수는 $3^4 = 81$가지이다.

$\therefore$ (전체 경우의 수)$= n(S) = 81$

$f(1) \geq 2$인 사건을 X, f의 치역이 B인 사건을 Y라 하자.

(i) $f(1) \geq 2$일 확률은 $\frac{2}{3}$이다. $\quad\therefore \mathrm{P}(A) = \frac{2}{3}$

(ii) 함수 f의 치역이 B이려면 집합 A의 원소를 2개, 1개, 1개로 나누어서 집합 B에 일대일 대응시키면 된다.

$\therefore \mathrm{P}(Y) = \frac{{}_4\mathrm{C}_2 \times 3!}{81} = \frac{4}{9}$

(iii) 사건 X와 사건 Y는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(X \cap Y) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$

$\therefore \mathrm{P}(X \cup Y) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27}$

$= \frac{18+12-8}{27} = \frac{22}{27}$

참고) $f(1) = 2$일 때 함수 f의 치역이 B이려면 집합 A의 원소 2, 3, 4가 $B = \{1, 2, 3\}$에 일대일 대응이거나 2, 3, 4 중 2개가 B의 1 또는 3에 대응되고 남은 원소끼리 대응되어야 한다.

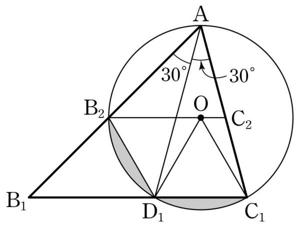
따라서 $3! + {}_3\mathrm{C}_2 \times 2! = 12$가지이다.

마찬가지로 $f(1) = 3$인 경우도 12가지이므로

$f(1) \geq 2$이고 함수 f의 치역이 B인 경우는 24가지

$\therefore \mathrm{P}(X \cap Y) = \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$

20 | 다음 그림과 같이 삼각형 AD_1C_1의 외접원의 중심을 O라 하자.



$\angle D_1AC_1 = \frac{\pi}{6}$이므로 $\angle D_1OC_1 = \frac{\pi}{3}$이고,

$\angle B_2AD_1 = \frac{\pi}{6}$이므로 $\angle B_2OD_1 = \frac{\pi}{3}$이다.

따라서 삼각형 OD_1C_1과 삼각형 OB_2D_1은 정삼각형이다. 따라서 빗금친 두 활꼴의 넓이는 같으므로 R_1의 넓이는 삼각형 $B_2B_1D_1$의 넓이와 같다.

삼각형 AB_1C_1에서 코사인법칙에 의해

$\overline{B_1C_1}^2 = 9+4-2\times3\times2\times\cos\frac{\pi}{3}$이므로

$\overline{B_1C_1} = \sqrt{7}$이다.

내각의 이등분선 정리에 의해 $\overline{B_1D_1} = \frac{3}{5}\sqrt{7}$,

$\overline{D_1C_1} = \frac{2}{5}\sqrt{7}$이고 정삼각형 OD_1C_1의 한 변의 길이는 $\frac{2}{5}\sqrt{7}$이다. 따라서 삼각형 B_2B_1D의 넓이는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}\times\overline{B_1D_1}\times\overline{B_2D_1}\times\sin\frac{\pi}{3}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\sqrt{7}\times\frac{2}{5}\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{50}$$

따라서 R_1의 넓이는 $\frac{21\sqrt{3}}{50}$이다.

$\overline{B_1D_1}\times\overline{B_1C_1} = \overline{B_1B_2}\times\overline{B_1A}$에서

$\frac{3\sqrt{7}}{5}\times\sqrt{7} = \overline{B_1B_2}\times3$이므로

$\overline{B_1B_2} = \frac{7}{5}$이고, $\overline{AB_2} = \frac{8}{5}$이다.

삼각형 AB_2C_2와 삼각형 AB_1C_1의 닮음비는

$\frac{\overline{AB_2}}{\overline{AB_1}} = \frac{\frac{8}{5}}{3} = \frac{8}{15}$이므로 넓이의 비는 $\frac{64}{225}$이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{21\sqrt{3}}{50}}{1-\frac{64}{225}} = \frac{27\sqrt{3}}{46}$

21 | $a_n = \log_2\sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}} = \frac{1}{2}\log_2\frac{2(n+1)}{n+2}$

$$= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{n+1}{n+2}$$

이므로

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = \frac{m}{2}$$

$$+\frac{1}{2}\left(\log_2\frac{2}{3}+\log_2\frac{3}{4}+\cdots+\log_2\frac{m+1}{m+2}\right)$$

$$= \frac{m}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{2}{m+2} \qquad \cdots ㉠$$

(i) $m=2n$ (n은 자연수)

$$㉠ = n+\frac{1}{2}\log_2\frac{2}{2n+2}$$

$$= n-\frac{1}{2}\log_2(n+1)$$

이 자연수가 되려면 $n+1 = 2^{2k}$ (k는 정수) 이어야 한다.

$㉠ = 2^{2k}-1-k$가 100 이하의 자연수가 되려면 $k=1,\ 2,\ 3$이 가능하고 이때 $n=3,\ 15,\ 63$이다.

$\therefore m = 6,\ 30,\ 126$

(ii) $m=2n-1$ (n은 자연수)

$$㉠ = n-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{2}{2n+1}$$

$$= n-\frac{1}{2}\log_2(2n+1)$$

이 자연수가 되려면 $2n+1 = 2^{2k}$ (k는 정수) 이어야 한다.

$㉠ = \frac{2^{2k}-1}{2}-k$가 자연수가 되는 정수 k는 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 $m=6,\ 30,\ 126$이고 그 합은 $6+30+126=162$이다.

22 | $(1+2x)^4 = \sum_{r=0}^{4} {}_4C_r(2x)^r = \sum_{r=0}^{4} {}_4C_r\times2^r\times x^r$

$r=2$일 때 x^2의 계수는 ${}_4C_2\times2^2 = 24$

23 | 사인법칙에 의해 $\frac{\overline{AC}}{\sin B} = 2R$에서

$\overline{AC} = 2R\sin B = 2\times15\times\frac{7}{10} = 21$

24 | 수열 $\{a_n\}$을 적어보면

$a_n = 9,\ 3,\ -6,\ -9,\ -3,\ 6,\ 9,\ 3,\ \cdots$ 이므로

모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6} = a_n$이다.

$a_2 = 3,\ a_5 = -3$이므로 $|a_k| = 3$인 k는

$k = 6m-4$ 또는 $k = 6m-1$이다. (m은 자연수)

$\therefore\ |a_k| = 3$인 100 이하의 자연수 k의 개수는

$2 \times 16 + 1 = 33$

25 | $x = a,\ y = 0$을 대입하면 $a^3 - 0 = e^0 \quad \therefore\ a = 1$

양변을 음함수 미분하면

$$3x^2 - \frac{dy}{dx} \times 3y^2 = e^{xy}\left(y + x\frac{dy}{dx}\right)$$

$3 - b \times 0 = e^0(0 + b)$

$b = 3$

$\therefore\ a + b = 4$

26 | $S_{k+2} - S_k = -12 - (-16) = 4$이고,

$S_{k+2} - S_k = a_{k+1} + a_{k+2}$이므로

$a_{k+1} + a_{k+2} = 4$이다.

$(a_k + 2) + (a_k + 4) = 4$이므로 $a_k = -1$이다.

$a_k = a_1 + (k-1) \times 2 = -1$ $\cdots\cdots$ ㉠

$S_k = \dfrac{k(a_1 + a_k)}{2} = \dfrac{k(a_1 - 1)}{2} = -16$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $k^2 = 16$이므로

$k = 4,\ a_1 = -7$

$a_{2k} = a_8 = a_1 + 7 \times 2 = -7 + 14 = 7$

27 | 같은 숫자는 3 또는 4이다.

3이 적힌 공 2개가 뽑히는 경우의 수는 나머지 6개의 공 중 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

${}_6C_2 = 15$

4가 적힌 공 2개가 뽑히는 경우의 수는 나머지 6개의 공 중 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

${}_6C_2 = 15$

3이 적힌 공 2개와 4가 적힌 공 2개가 모두 뽑히는 경우의 수는 1

같은 숫자가 적힌 공이 뽑히는 경우의 수는 $15 + 15 - 1 + 29$이다. 이때 검은 공이 2개인 경우의 수는 같은 숫자가 3일 때, 나머지 흰 공 3개와 검은 공 3개에서 각각 하나씩 뽑는 경우의 수와 같으므로 ${}_3C_1 \times {}_3C_1 = 9$

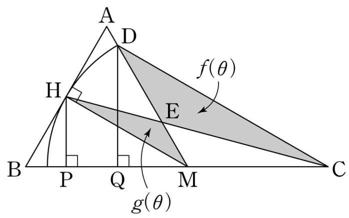
같은 숫자가 4일 때도 마찬가지로 9

3이 적힌 공 2개와 4가 적힌 공 2개가 모두 뽑히면 역시 검은 공이 2개이므로 그 경우의 수는 1

$\therefore$ 같은 숫자가 적힌 공이 있고, 검은 공이 2개인 경우의 수는 $9 + 9 - 1 = 17$이다.

$\therefore$ 구하는 확률은 $\dfrac{17}{29}$이고 $p + q = 46$이다.

28 |



점 H와 점 D에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 점 P, 점 Q라 하자.

$\overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{BM}}\cos\theta = \cos\theta$

$\overline{\mathrm{HP}} = \overline{\mathrm{BH}}\sin\theta = \sin\theta\cos\theta$

$\angle\mathrm{AMB} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\theta}{2}$,

$\overline{\mathrm{DM}} = \overline{\mathrm{HM}} = \overline{\mathrm{BM}}\sin\theta = \sin\theta$

$\overline{\mathrm{DQ}} = \overline{\mathrm{DM}}\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\theta}{2}\right) = \sin\theta\cos\dfrac{\theta}{2}$

$f(\theta) - g(\theta)$

$= (\triangle\mathrm{CDM}$의 넓이$) - (\triangle\mathrm{CHM}$의 넓이$)$

$= \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{CM}} \times \overline{\mathrm{DQ}} - \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{CM}} \times \overline{\mathrm{DH}}$

$= \dfrac{1}{2}\left(\sin\theta\cos\dfrac{\theta}{2} - \sin\theta\cos\theta\right)$

$$\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sin\theta}{\theta} \times \frac{\cos\frac{\theta}{2} - \cos\theta}{\theta^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sin\theta}{\theta}\left(\frac{1 - \cos\theta}{\theta^2} - \frac{1 - \cos\frac{\theta}{2}}{\theta^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{16}$$

$\therefore\ 80a = 15$

29 | 9자루의 연필 중 5자루를 선택하였을 때, 선택된 5자루의 연필 중 검은색, 파란색, 빨간색 볼펜의 개수를 가각 a, b, c라고 하자.

같은 종류의 연필 n개를 두 명에게 나누어 주는 경우의 수는 $(n+1)$이다.

따라서 $a+b+c=5$를 만족시키는 각각의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$에 대하여 두 명에게 나누어 주는 경우의 수는 $(a+1)(b+1)(c+1)$이다.

이를 표로 나타내면 다음과 같다.

$(a,\ b,\ c)$	$(a+1)(b+1)(c+1)$
$(0,\ 1,\ 4)$	$1\times2\times5=10$
$(0,\ 2,\ 3)$	$1\times3\times4=12$
$(0,\ 3,\ 2)$	$1\times4\times3=12$
$(0,\ 4,\ 1)$	$1\times5\times2=10$
$(1,\ 0,\ 4)$	$2\times1\times5=10$
$(1,\ 1,\ 3)$	$2\times2\times4=16$
$(1,\ 2,\ 2)$	$2\times3\times3=18$
$(1,\ 3,\ 1)$	$2\times4\times2=16$
$(1,\ 4,\ 0)$	$2\times5\times1=10$

따라서 모든 경우의 수는 114이다.

30 | $0<x<1$일 때 $f(x)=-2x+3$이므로

$0<2^x<1$, 즉 $x<0$일 때

$$g(x)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{f(2^{x+h})-f(2^x)}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}\left|\frac{-2\times2^{x+h}+3+2\times2^x-3}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}2^{x+1}\times\frac{2^h-1}{h}=2^{x+1}\times\ln2$$

$1\le x<2$일 때 $f(x)=1$이므로

$1\le 2^x<2$, 즉 $0\le x<1$일 때

$$g(x)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{f(2^{x+h})-f(2^x)}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}\frac{1-1}{h}=0$$

$2\le x<3$일 때 $f(x)=2x-3$이므로

$2\le 2^x<3$, 즉 $1\le x<\log_2 3$일 때

$$g(x)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{f(2^{x+h})-f(2^x)}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}\left|\frac{2\times2^{x+h}-3-2\times2^x+3}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}2^{x+1}\times\frac{2^h-1}{h}=2^{x+1}\times\ln2$$

$3\le x<4$일 때 $f(x)=-2x+9$이므로

$2^x=3$, 즉 $x=\log_2 3$일 때

$$g(\log_2 3)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{f(3\times2^h)-f(3)}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}\left|\frac{-6\times2^h+9-3}{h}\right|$$

$$=\lim_{h\to0+}6\times\frac{2^h-1}{h}=6\ln2$$

함수 $f(x)$의 주기가 3이므로 2^x이 3 증가할 때 $g(x)$의 식은 반복된다.

이상을 종합하면

$$g(x)=\begin{cases}2^{x+1}\times\ln2 & (x<0)\\ 0 & (0\le x<1)\\ 2^{x+1}\times\ln2 & (1\le x<2)\\ 0 & (2\le x<\log_2 5)\\ \vdots & \vdots\\ 0 & (\log_2 31\le x<5)\end{cases}$$

이다.

따라서 열린구간 $(-5,\ 5)$에서 함수 $g(x)$가 불연속인 x의 값은 $\log_2 1$, $\log_2 2$, $\log_2 4$, $\log_2 5$, $\cdots$ $\log_2 28$, $\log_2 29$, $\log_2 31$로 모두 21개이다.

$a_m=\log_2(3m-2)$인 곳에서 $g(a_m)=0$이고

$a_m=\log_2(3m-1)$인 곳에서

$g(a_m)=2^{a_{m+1}}\times\ln2=2(3m-1)\times\ln2$

$$\therefore n+\sum_{k=1}^{n}\frac{g(a_k)}{\ln2}=21+\sum_{k=1}^{21}\frac{g(a_k)}{\ln2}$$

$$=21+\sum_{m=1}^{10}2(3m-1)$$

$$=21+2(3\times55-10)$$

$$=331$$

[해설 동영상 보기]

이번 시험의 해설 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.

6월 18일 수능 모의평가

수학 영역(나형)

분석 및 해설

정 답									
01 ⑤	02 ④	03 ⑤	04 ①	05 ③	06 ④	07 ②	08 ④	09 ③	10 ①
11 ②	12 ①	13 ②	14 ③	15 ④	16 ②	17 ①	18 ②	19 ③	20 ③
21 ⑤	22 6	23 9	24 10	25 64	26 3	27 74	28 58	29 15	30 38

출제 문항 분석

문항	정답률	출제 단원	출제 의도
1	96.1	지수함수와 로그함수	지수의 계산
2	97.3	미분	다항함수의 미분
3	97.7	수열	등차중항
4	97.7	함수의 극한과 연속	극한값의 계산
5	90.3	삼각함수	사인법칙
6	87.8	확률	여사건의 확률
7	94.3	함수의 극한과 연속	좌극한과 우극한의 계산
8	93.4	경우의 수	이항정리의 일반항
9	90.9	지수함수와 로그함수	지수함수의 최댓값과 최솟값의 계산
10	89.4	미분	다항함수의 미분
11	81.3	지수함수와 로그함수	로그함수
12	90.9	경우의 수	원순열의 계산
13	86.4	적분	곡선과 직선 사이의 넓이
14	86.3	수열	수학적 귀납법
15	91.3	적분	정적분의 활용
16	70.7	경우의 수	확률의 계산
17	64.9	적분	정적분으로 정의된 함수의 계산
18	56	수열	등차수열의 계산
19	72.8	미분	방정식의 실근의 개수
20	49.8	확률	확률의 활용
21	69.5	지수함수와 로그함수	지수함수 그래프의 활용*
22	85.5	삼각함수	삼각함수의 최댓값
23	88.3	적분	다항함수의 적분의 계산
24	75.8	미분	접선의 방정식
25	67.6	수열	등비수열의 계산
26	73.1	미분	평균변화율
27	60.3	경우의 수	중복조합
28	45.1	수열	수열의 합의 활용
29	35.1	확률	확률**
30	7.4	미분	다항함수의 미분의 응용**

* 신유형 문제
** 수능 출제 가능 문제

출제 경향 및 학습 대책

이번 평가원 고사는 아주 평이하게 출제되었다. 금년 고3의 특수한 상황을 고려하여 쉽게 출제하려는 의도가 나타난 것으로 파악된다. 2015개정 교육과정의 반영으로 새롭게 출제 범위에 포함된 지수함수와 로그함수, 삼각함수 문제가 준킬러급이나 난이도 높게 출제될 것으로 예상되었으나 예상과는 달리 쉽게 출제되어 재수생들의 부담이 상대적으로는 낮았을 것으로 파악된다. 과목별로 살펴보면 수학I은 지수함수와 로그함수 부분에서 기본 문제 위주로 출제되었지만 상대적으로 확률의 난이도가 상향되었다. 수학II에서는 작년 6월 모평과는 달리 다항함수의 적분이 시험 범위에 포함되어 출제되었으나 난이도는 평이한 것으로 파악된다.

21번은 지수함수와 로그함수 문제이지만 평이하게 출제가 되었으며 가형의 18번 문제와 공통문항으로 사용되었

는데 이는 가형과의 난이도 조정을 위한 것으로 파악된다. 29번은 확률, 30번은 다항함수의 미분에서 각각 출제가 되었는데 난이도는 다소 평이하게 출제되었다.
출제 문항을 유형별로 파악했을 때 작년과는 다른 점이 빈칸추론 문제가 제외되었다는 점이다. 다만 가형에서는 출제가 되었기에 9월 모평에서 수능 출제 기조를 확인해 볼 필요가 있을 것이다.
평가원 시험으로 수능시험을 예단할 수는 없지만 기존의 기출문제 위주의 학습을 진행하면서 상위권 학생들은 고난도가 출제되는 다항함수의 미분과 적분, 확률과 통계 등의 단원에 대한 심화 학습을 집중적으로 진행하는 것이 가장 좋은 학습 전략이 될 듯하다.

[분석 동영상 보기]
이번 시험의 분석 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.

해 설

01 | $8^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{3}{2}}$
$= 2 \times 2^3 = 16$

02 | $f'(x) = 3x^2 + 7$이므로 $f'(0) = 7$

03 | $a_1 + a_3 = 2a_2 = 20 \quad \therefore\ a_2 = 10$

04 | $\lim_{x\to2}\frac{3x(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to2}3x = 6$

05 | 사인법칙에 의해
$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\sin B} = 2\times15$
$\therefore\ \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\frac{7}{10}} = 30$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = 21$

06 | $\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A\cap B)$
$1 = \mathrm{P}(A) + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
$\therefore\ \mathrm{P}(A) = \frac{5}{6},\ \mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A) = \frac{1}{6}$
[다른 풀이]
$\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A\cup B) - \mathrm{P}(A)$
$= \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A\cap B)$
$= \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

07 | $\lim_{x\to1+}f(x) - \lim_{x\to3-}f(x) = 1 - 2 = -1$

08 | ${}_4\mathrm{C}_2 \times 1^2 \times (2x)^2 = 6 \times 4x^2$
$= 24x^2$
따라서 x^2의 계수는 24

09 | $x \geq 0$일 때, $f(x) = 2^x$이고 $[0,\ 3]$에서
$1 \leq f(x) \leq 8$

$x<0$일 때, $f(x)=2^{-x}$이고 $[-1,\ 0)$에서
$1<f(x)\le 2$
따라서 함수 $f(x)$의 최댓값은 8, 최솟값은 1이므로 그 합은 9이다.

10 | $f'(x)=-x^2+4x+m$
$f'(3)=-9+12+m=0$이므로
$m=-3$

11 | 먼저 기울기를 구해보면

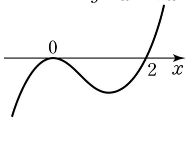
$\dfrac{\log_2 a-\log_4 2}{4-2}=\dfrac{\log_4\dfrac{a^2}{2}}{2}$ 이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은

$y-\log_4 2=\dfrac{\log_4\dfrac{a^2}{2}}{2}(x-2)$이고, 원점을 지나야 하므로 $-\log_4 2=-\log_4\dfrac{a^2}{2}$이 된다.

따라서 $\dfrac{a^2}{2}=2$이므로 양수 a의 값은 2이다.

12 | 1학년, 2학년 학생끼리 이웃하도록 원탁에 앉히는 가짓수는 $(5-1)!=24$
1학년 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수 : 2가지
2학년 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수 : 2가지
$\therefore\ 4!\times 2\times 2=96$

13 | $y=x^3-2x^2=x^2(x-2)$



넓이 $S=-\displaystyle\int_0^2(x^3-2x^2)dx$

$=-\left[\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{2}{3}x^3\right]_0^2$

$=-4+\dfrac{16}{3}=\dfrac{4}{3}$

14 | (i) $n=1$일 때, $a_2=3,\ a_3=1,\ a_4=2$
(ii) $n=2$일 때, $a_5=7,\ a_6=-1,\ a_7=4$
(iii) $n=3$일 때, $a_8=3,\ a_9=1,\ a_{10}=2$
(iv) $n=4$일 때, $a_{11}=5,\ a_{12}=0,\ a_{13}=3$이다.
따라서 $a_{11}+a_{12}+a_{13}=8$이다.

15 | 시각 t일 때 위치를 $x(t)$라 하면
$x(t)=\displaystyle\int v(t)dt=-2t^2+5t+C$ (C는 적분상수)
$x(3)=-2\times 3^2+5\times 3+C=11\quad\therefore\ C=14$
$\therefore\ x(0)=14$

16 | 먼저 $|a-3|+|b-3|=2$인 사건을 A라 하고 A의 경우의 수를 구하자.
$(|a-3|,\ |b-3|)=(2,\ 0),\ (1,\ 1),\ (0,\ 2)$인 경우가 있고 각각에 대하여
$(a,\ b)=(1,\ 3),\ (5,\ 3),$
$(4,\ 4),\ (4,\ 2),\ (2,\ 4),\ (2,\ 2),$
$(3,\ 1),\ (3,\ 5)$
$\therefore\ n(A)=8$
다음으로 $a=b$인 사건을 B라 하고 B의 경우의 수를 구하자.
$(a,\ b)$
$=(1,\ 1),\ (2,\ 2),\ (3,\ 3),\ (4,\ 4),\ (5,\ 5),\ (6,\ 6)$
$\therefore\ n(B)=6$
$n(A\cap B)=2$
$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\dfrac{8+6-2}{36}=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

17 | $\displaystyle\int_0^1 f(t)dt=k$ (k는 상수)라 하면,
$f(x)=4x^3+kx$가 된다.
따라서
$k=\displaystyle\int_0^1(4t^3+kt)dt=\left[t^4+\dfrac{1}{2}kt^2\right]_0^1$
$=1+\dfrac{1}{2}k$
이므로 $k=2$이다.
이때 $f(1)=4+k=4+2=6$이다.

18 | 수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a라 하면

$$S_{k+2}-S_k=a_{k+2}+a_{k+1}$$
$$=a+(k+1)\times 2+a+2k$$
$$=2a+4k+2=4$$

$a+2k=1$ …… ㉠

$S_k=\dfrac{k\{2a+(k-1)\times 2\}}{2}=-16$이므로

$k(a+k-1)=-16$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $k^2=16$

$\therefore\ k=4$ ($\because$ k는 자연수)

$\therefore\ a=-7$

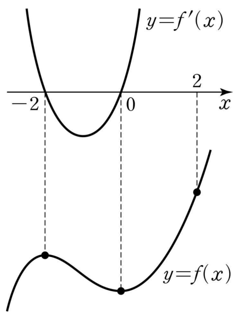
따라서 $a_n=2n-9$이므로

$a_{2k}=a_8=16-9=7$

19 | $2x^3+6x^2=-a$에서

$f(x)=2x^3+6x^2$이라 하자.

$f'(x)=6x^2+12x=6x(x+2)$



$f(-2)=-16+24=8$

$f(0)=0$

$f(2)=16+24=40$

$-2\le x\le 2$의 범위에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=-a$가 두 점에서 만나려면

$f(0)<-a\le f(-2)$이어야 하므로

$0<-a\le 8$

따라서 $-8\le a<0$이므로 정수 a의 개수는 8이다.

20 | 먼저 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때를 구해보면

(i) 흰③, 검③만 있을 때 또는

(ii) 흰④, 검④만 있을 때 또는

(iii) 흰③, 검③, 흰④, 검④가 있을 때

로 나눌 수 있다.

(i)의 경우 나머지 6개 중 2개를 더 꺼내야 하므로 ${}_6\mathrm{C}_2=15$에서 흰④, 검④를 뽑는 경우는 제외해주면 14가지의 경우의 수가 발생한다.

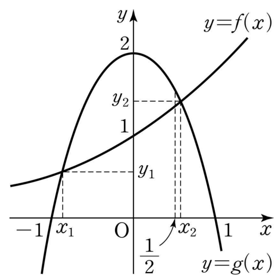
마찬가지로 (ii)의 경우도 14가지의 경우의 수가 발생함을 알 수 있다.

(iii)의 경우의 수는 1가지이므로 따라서

$14+14+1=29$가지의 경우의 수가 발생한다.

이 중에서 검은 공이 2개일 때를 구해보면 (i)의 경우 남은 흰색의 공 ①, ② 중 하나를 뽑으면 검은 공은 남은 셋 중 하나를 뽑으면 되고 흰색의 공 중 ④를 뽑게 되면 검은 공은 ⑤, ⑥ 중 하나를 뽑아야 하므로 $({}_2\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1)+(1\times{}_2\mathrm{C}_1)=8$가지의 경우의 수가 발생한다. 마찬가지로 (ii)의 경우의 수도 8가지이고, (iii)의 경우는 반드시 검은 공이 두 개이므로 총 $8+8+1=17$가지의 경우의 수가 발생한다. 따라서 구하는 확률값은 $\dfrac{8+8+1}{14+14+1}=\dfrac{17}{29}$이다.

21 | $f(x)=2^x$, $g(x)=-2x^2+2$라 하면 두 함수의 그래프는 다음과 같다.



ㄱ. $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\sqrt{2}<1.5$,

$g\left(\dfrac{1}{2}\right)=-2\times\dfrac{1}{4}+2=\dfrac{3}{2}=1.5$

$\therefore\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)<g\left(\dfrac{1}{2}\right)$이므로 $x_2>\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore$ 참

ㄴ. $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{(-2x_2^2+2)-(-2x_1^2+2)}{x_2-x_1}$

$$=\frac{-2(x_2-x_1)(x_2+x_1)}{x_2-x_1}$$
$$=-2(x_2+x_1)$$

$x_1>-1$, $x_2>\dfrac{1}{2}$이므로 $x_1+x_2>-\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ -2(x_1+x_2)<1$

$\therefore\ \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-2(x_2+x_1)<1$

$\therefore\ y_2-y_1<x_2-x_1 \quad \therefore$ 참

ㄷ. $g(x)$는 y축 대칭이고 $y_1<y_2$이므로

$|x_1|>|x_2|$

$\therefore\ -x_1>x_2,\ x_1+x_2<0$

ㄴ에서 $x_1+x_2>-\dfrac{1}{2}$이므로

$-\dfrac{1}{2}<x_1+x_2<0$

$\therefore\ 2^{-\frac{1}{2}}<y_1\times y_2=2^{x_1+x_2}<2^0$

$\therefore\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}<y_1\times y_2<1 \quad \therefore$ 참

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

22 | 함수 $f(x)$의 최댓값을 M이라 하면

$M=5+1=6$

23 | $f(x)=\int(x^3+x)dx=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2+C$ (단, C는 적분상수)에서

$f(0)=3$이므로 $C=3$이다.

따라서 $f(2)=4+2+3=9$이다.

24 | $y'=3x^2-12x$

따라서 점 $(1,\ 1)$에서의 접선의 방정식은

$y=-9(x-1)+1$

$=-9x+10$

$\therefore\ a=10$

25 | 공비를 r라 하면

$$\frac{S_6}{S_3}=\frac{\dfrac{a_1(r^6-1)}{r-1}}{\dfrac{a_1(r^3-1)}{r-1}}=r^3+1=2a_4-7$$

$r^3+1=2a_1r^3-7=2r^3-7$

$r^3=8,\ r=2$

$\therefore\ a_7=a_1\times r^6=2^6=64$

26 | 먼저 평균변화율을 구해보면

$\dfrac{a^3-3a^2+5a}{a}=a^2-3a+5$임을 알 수 있다.

또한 $f'(x)=3x^2-6x+5$이므로 $f'(2)=5$이다.

따라서 $a^2-3a+5=5$인 양수 a의 값은 3이다.

27 | $a+b+c+d=6$인 음이 아닌 정수의 순서쌍의 개수에서 $a,\ b,\ c,\ d$가 모두 0이 아닌 경우는 제외한다.

$\therefore\ a+b+c+d=6$ ($a,\ b,\ c,\ d$는 음이 아닌 정수)

${}_4H_6={}_9C_3=84$

$a,\ b,\ c,\ d$가 모두 0이 아닌 경우는

$a\ge 1,\ b\ge 1,\ c\ge 1,\ d\ge 1$

이므로

$a=a'+1,\ b=b'+1,\ c=c'+1,\ d=d'+1$

($a',\ b',\ c',\ d'$은 음이 아닌 정수)

이라 하면

$a'+b'+c'+d'=2$

이 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수는

${}_4H_2={}_5C_2=10$

$\therefore\ 84-10=74$(개)

28 | $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-3}{a_k}=2n^2+7n$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠에서 n 대신 $n-1$을 대입하면

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\frac{4k-3}{a_k}=2(n-1)^2+7(n-1)$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠－㉡을 하면

$\dfrac{4n-3}{a_n}=2(2n-1)+7=4n+5\ \ (n\ge 2)$

$a_n=\dfrac{4n-3}{4n+5}\ \ (n\ge 2)$

$a_5\times a_7\times a_9=\dfrac{17}{25}\times\dfrac{25}{33}\times\dfrac{33}{41}=\dfrac{17}{41}$

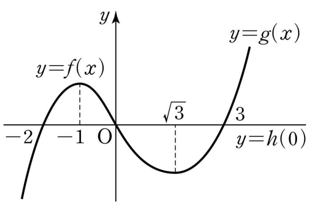
$\therefore\ p+q=41+17=58$

29 | 먼저, A에서 A로의 모든 함수의 개수를 구해보면 $4^4=256$가지이다.

이때 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구해보면

(i) $f(1)=f(2)=3$일 때 또는
(ii) $f(1)=f(2)=4$일 때 또는
(iii) $f(1)=3$, $f(2)=4$일 때 또는
(iv) $f(1)=4$, $f(2)=3$일 때로 나눌 수 있다. 또한 치역의 원소의 개수가 3이어야 하므로
(i)의 경우 $f(3)$, $f(4)$의 경우의 수가 ${}_3\mathrm{P}_2=6$이고 (ii)의 경우도 마찬가지로 6가지의 경우의 수가 발생한다. (iii)의 경우 $f(3)$, $f(4)$가 1 또는 2 중에 같은 값에 대응되는 경우와 둘 중 하나는 1 또는 2에 대응되고 나머지 하나는 3 또는 4에 대응되는 경우이므로 $2+(2\times2\times2)=10$가지의 경우의 수가 발생한다. (iv)의 경우도 (iii)의 경우와 마찬가지로 10가지의 경우의 수가 발생한다.
따라서 구하는 확률 $p=\dfrac{6\times2+10\times2}{256}=\dfrac{1}{8}$이므로
$\therefore\ 120p=120\times\dfrac{1}{8}=15$

30 | 함수 $g(x)$의 이차항의 계수가 0이므로
$g(x)=bx^3+cx+d$라 하면 함수 $g(x)$는 $(0,\ d)$에 대하여 대칭이다.
또한 함수 $f(x)$는 $x=-1$에 대하여 대칭이므로
$f(x)=h(0)$의 두 근은 $x=0$ 또는 $x=-2$이고
$h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이므로
$g(x)=h(0)$의 근은 $x=3$
따라서 조건을 모두 만족시키는 그래프는 다음과 같다.



$f(x)=ax(x+2)+d$
$g(x)=bx(x+3)(x-3)+d$
$x=0$에서 미분가능하므로
$f'(0)=2a$, $g'(0)=-9b$
$\therefore\ 2a=-9b$ …… ㉠
따라서 닫힌구간 $[-2,\ 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값은 $f(-1)=-a+d$
최솟값은 $g(\sqrt{3})=-6\sqrt{3}b+d$
($\because\ g'(x)=b(3x^2-9)=0$이므로 $x=\sqrt{3}$에서 극솟값을 갖는다.)
최댓값과 최솟값의 차는
$-a+6\sqrt{3}b=3+4\sqrt{3}$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $a=-3$, $b=\dfrac{2}{3}$
$\therefore\ f(x)=-3x^2-6x+d$, $f'(x)=-6x-6$
$g(x)=\dfrac{2}{3}x^3-6x+d$, $g'(x)=2x^2-6$
$\therefore\ h'(-3)+h'(4)=12+26=38$

[해설 동영상 보기]
이번 시험의 해설 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.