

이. 순열과 조합.

(1) 원순열

(서로 다른 것들 원형으로 나열하는 순열.

(2) 원순열의 수: 서로 다른 n 개를 원형으로 나열하는 원순열의 수는

$$\frac{n!}{n} = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

*참고) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택한 후 원형으로 나열하는 방법의 수는 $\frac{n!}{r}$

Q. 어른 4명과 아이 3명이 원탁에 둘러 앉을 때, 아이들끼리 서로 앉하지 않게 하는 방법의 수는?

풀이) 어른 4명이 원탁에 앉는 경우: $(4-1)! = 3! = 6$

아이 3명 " " " : $4P_3 = 24$

$$6 \times 24 = 144$$

답: 144 //

Q. 오른쪽 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 방법의 수는?

6명: $(6-1)! = 5! = 120$, 서로다른 2가지정당.

$$\therefore 120 \times 2 = 240 //$$



(1) 중복순열

: 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하며 r 개를 택하는 순열.

기호로 $n \Pi r$ 와 같이 나타낸다.

*참고) nPr 에서는 $0 \leq r \leq n$ 이어야만 하지만, $n \Pi r$ 에서는 $r > n$ 인 경우도 있다.

(2) 중복순열의 수.

: 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수는

$$n \Pi r = \frac{n \times n \times n \times n \times \dots \times n}{r \text{ 개}} = n^r$$

Q. 6명의 유권자가 각각 36개의 후보 중에서 1명 투표로 한명의 후보에게 투표하는 방법의 수는?

서로다른 36개 ~ 6개: $36 \Pi 6 = 36^6 = 1726$

서로다른 2 = 0 $\Pi \Delta$ = 가량이 되는 수.

(1) 같은 것이 있는 순열

n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때, n 개를 한 줄로 나열하는 수는

$$\frac{n!}{p!q! \dots r!} \quad (\text{단, } p+q+\dots+r=n)$$

Q. 1개의 숫자 3, 4, 5, 4, 5, 5, 6을 한 줄로 나열, 홀수번째 자리에는 홀수를 나열하는 방법의 수를 구하여라.

Δ 홀수 = 4개

0 짝 = 3개

$$\Delta = \frac{4!}{3!} = \frac{4!}{(5,5,5)} = 4$$

$$0 = \frac{3!}{2!(4,4)} = 3$$

$$\therefore 4 \times 3 = 12 //$$

(1) 중복 조합

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합을 중복조합이라고 하고, 기호로 nHr 라 같이 나타낸다.

(2) 중복 조합의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복 조합의 수는

$$nHr = n+r-1C_r$$

ex) $6H4 = 6+4-1C_4 = 9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$. $\star nCr = 0 \leq r \leq n$.
 $nHr = r > 0$ 인 경우.

Q. 2명의 후보가 출마한 선거에서 10명의 유권자가 각각 한명의 후보에게 무기명으로 투표하는 방법의 수는? (단, 가천이나 유은도 없다.)

2명의 후보를 A, B라고 하면

AAAAAAAAAA, AAAAAAAAAAB,
 AAAAAAABBB, BBBBBBBBBB

$$2H_{10} = 2+10-1C_{10} = 11C_{10} = 11C_1 = 11$$

(3) 방정식에서 정수해의 개수

방정식 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m = n$ (m, n 은 자연수)에 대하여

① 음이 아닌 정수해의 개수

$$nHn = n+n-1C_n$$

② 양의 정수해의 개수

$$nHn-m = n-1C_{n-m}$$

Q. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 로 2원 함수 f 를 만들 때 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는?

가) $f(3) = 7$

나) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$

$f(3) = 7$ 이므로

i) $f(4)$ 의 값은 7, 8, 9 중 3가지

ii) $f(1), f(2)$ 의 값은 5, 6, 7.

$$3H_2 = 3+2-1C_2 = 4C_2 = 6$$

$$i) \text{ ii) } = 6 \times 3 = 18$$

