

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$ ③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$ ⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$

2.

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은? ②
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$
③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

a, b 둘 다 0이 아닌 실수일 때.

a 는 $a \leq 0$, b 는 $b \leq 0$ 이라.

$a+b \leq 0$ 이기 때문에 모순이다.

따라서, $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- 보기
ㄱ. $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㄴ. $|a+b| \geq |a-b|$
ㄷ. $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5.

$x > 2$ 일 때, $4x-4+\frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

12

8+4

$$x-2+\frac{1}{x-2} \geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} \geq 2$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$4(n-2)$$

$$4(n-2)+4+\frac{4}{n-2}$$

$$4\left\{\left(n-2\right)+\frac{1}{n-2}\right\}+4$$

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$(x^2+y^2)(1^2+1^2) \geq (x+1+y+1)^2$$

$$3+5\sqrt{3}$$

$$16+9$$

$$25 \geq (4x+3y)^2$$

$$\sqrt{25} \geq 4x+3y$$

$$x^2+y^2+5\sqrt{3} \geq 4x+3y+x^2+y^2$$

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$ ③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$

- ⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$ ⑥ $p: x^2-6x-7=0, q: x=-7$

$$x=7 \text{ or } x=-7$$

$$p \rightarrow q$$

2.

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
 ② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$
 ③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
 ④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
 ⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$

$$p \rightarrow q$$

$$1+\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}+1$$

$$-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0$$

$$1, \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}, 1$$

$$-\sqrt{3}, \sqrt{3}$$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 는 양이 아닌 실수라고 하고

$a+b < 0$ 이므로 $a+b > 0$ 이라는 가정이 모순된다
 따라서 a, b 중 적어도 하나는 양수이다

0

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- (보기)
 ㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㉡ $|a+b| \geq |a-b|$
 ㉢ $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

$$7. a^2+2|ab|+b^2 \geq a^2-2ab+b^2$$

$$2(|ab|-ab) \geq 0 \text{ 참}$$

$$L. a^2+2ab+b^2 \geq a^2-2ab+b^2$$

$$4ab \geq 0$$

ab 가 음수일 때 X 거짓

$$D. |a| < |b|$$

$$|a|-|b| < 0, |a-b| > 0$$

5. 2) $|a| \geq |b|$ $a^2-2ab+b^2 \geq a^2-2|ab|+b^2$
 $-2(ab-|ab|) \geq 0$ 참
 $x > 2$ 일 때, $4x-4+\frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$4x-4+\frac{16}{4x-8} = (4x-8) + \frac{16}{4x-8} + 4$$

$$\geq 2\sqrt{(4x-8) \times \frac{16}{4x-8}} + 4$$

$$= 8+4 = 12$$

$$\text{답} = 12$$

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$(4x+3y)^2 \leq (16+9)(x^2+y^2)$$

$$(4x+3y)^2 \leq 15 \times 3$$

$$5\sqrt{3}+3$$

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$
 ③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$
 ⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$

5

2.

다음 중 p 와 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
 ② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$
 ③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
 ④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
 ⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$

$x < y$

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $|a| + |b| \geq |a-b|$ ㄴ. $|a+b| \geq |a-b|$
 ㄷ. $|a-b| \geq |a| - |b|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5.

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

12

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

$a \leq 0$ 그리고 $b \leq 0$ 라고 하면

$a+b \leq 0$ 이기 때문에

$a+b > 0$ 이 안됨

$\therefore a, b$ 중 적어도 하나는 양수

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

3+5√3

3x25 2 (4x+3y)

5√3

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

2. $p = \{1, 2\}, q = \{1, 2, 3\}$
 ① $p: x=2, q: x^2=2x$ $p \subset q$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$
 ③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$
 ⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$ $p \subset q$ $p = \{-4, 4\}$ $q = \{-4, 4\}$

$p = \{10, 20, 30, 40\}$

$q = \{5, 10, 15, 20, 25\}$

$p = \{7, 13\}$ $q = \{11\}$



$p \rightarrow q$ (B)

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. \rightarrow $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
 ② $p: xy > 0$ \leftarrow $q: x > 0, y > 0$
 ③ $p: xy > x+y > 4$ \leftarrow $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
 ④ $p: xy+1 > x+y > 2$ \leftarrow $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
 ⑤ $p: |x| > y$ \leftrightarrow $q: y < 0$

$1+\sqrt{3}$
 $\sqrt{3}+1$
 $-\sqrt{3}+\sqrt{3} = 0$ (X)

$1, \sqrt{3}$
 $\sqrt{3}, 1$
 $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.
 <실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

즉, a, b 가 모두 양이 아닌 실수라 하면
 $a \leq 0, b \leq 0$ 이므로 $a+b \leq 0$ 이다
 따라서 $a+b > 0$ 이라는 가정에 모순이므로
 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- (보기)
 ㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㉡ $|a+b| \geq |a-b|$
 ㉢ $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

㉠. $(|a|+|b|)^2 \geq (|a-b|)^2$
 $a^2+2|ab|+b^2 \geq a^2-2ab+b^2$
 $2(|ab|+ab) \geq 0$

㉡. $(|a+b|)^2 \geq (|a-b|)^2$
 $a^2+2ab+b^2 \geq a^2-2ab+b^2$
 $4ab \geq 0$

㉢. $(|a-b|)^2 \geq (|a|-|b|)^2$
 $a^2-2ab+b^2 \geq a^2-2|a||b|+b^2$
 $-2ab+2|a||b| \geq 0$
 $-2(ab-|a||b|) \geq 0$

5. $x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a+b}$

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$4(x-2) + \frac{4}{x-2} + 4 \geq 2\sqrt{4(x-2)} + 4$
 $= 4 + 4$
 $= 8$

$4(x-2) \times \frac{4}{x-2} + 4$
 $16 + 4$
 $= 20$

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$x^2+y^2+4x+3y$
 $4x+3y+3$

$(4x+3y+3)^2 \geq (4x+3y)^2$
 $29 \times 3 \sqrt{15} \geq (4x+3y)^2$

$\sqrt{15} \times 3 \sqrt{15} \geq 4x+3y$

$x^2+y^2+5\sqrt{3} = 3+5\sqrt{3}$

1.

$$q \Rightarrow p$$

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ X ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$
③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$
⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$

- ① $p: x=2, q: x=2$ $p \Rightarrow q$
② $p: x=y, q: x^2=y^2$ $p \Rightarrow q$
③ $p: \{10, 20, \dots\}, q: \{5, 10, 15, \dots\}$ $p \Rightarrow q$
④ $p: \{-4, 4\}, q: \{-4, 4\}$ $p \Leftrightarrow q$
⑤ $p: (x-7)(x+7)=0, q: x=7$ $p \Leftarrow q$
 $\therefore \{-1, 7\}$

2.

$$p \Rightarrow q$$

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$
③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$

- ① $p: x+y=2$ 이고, $q: x$ or $y=2$ 이고 $p \Rightarrow q$
② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$ $p \Leftarrow q$
③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$ $p \Leftrightarrow q$
④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$ $p \Leftarrow q$
⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$ $p \Leftrightarrow q$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>
명제의 결론을 부정한 것이 참이라고 하면

' a, b 모두 양이 아닌 실수이다'

$a \leq 0, b \leq 0$ 이므로 $a+b \leq 0$ 이다.

$a+b > 0$ 에 모순되는 결론이기 때문에
이 명제는 참이다.

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㉡ $|a+b| \geq |a-b|$
㉢ $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$
 $(|a|+|b|)^2 \geq (a-b)^2$
 $a^2+b^2+2|ab| \geq a^2-2ab+b^2$
 $2(|ab|+ab) \geq 0$
(등호는 a 와 b 의 동호의 반대일 때 성립한다.)

㉡ $(|a+b|)^2 \geq (a-b)^2$
 $a^2+2ab+b^2 \geq a^2-2ab+b^2$
 $4ab \geq 0$ a 와 b 의 부호를 모른기 때문에 옳음 (X)

㉢ $(|a-b|)^2 \geq (|a|-|b|)^2$

$a^2-2ab+b^2 \geq a^2-2|ab|+b^2$

㉣ $-ab+2|ab| \geq 0$ $2(ab-|ab|) \geq 0$ (O)

$x > 2$ 일 때, $4x-4+\frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$4(x-1) + \frac{4}{x-2} \geq m$$

$$4(x-2) + \frac{4}{x-2} + 4 \geq m$$

$$4 \left\{ (x-2) + \frac{1}{x-2} \right\} + 4 \geq m$$

$$x-2 + \frac{1}{x-2} \geq 2\sqrt{x-2} \cdot \frac{1}{x-2}$$

$$\geq 2$$

$$\therefore 4x-2+4 \geq m$$

$$12 \geq m$$

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$x^2+y^2 + (4x+3y) = 3 + (4x+3y)$$

$$(4^2+3^2)(x^2+y^2) \geq (4x+3y)^2$$

$$25 \times 3 \geq (4x+3y)^2$$

$$5\sqrt{3} \geq 4x+3y$$

$$4x+3y \text{의 최댓값: } 5\sqrt{3}$$

$$3+5\sqrt{3}$$

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ X ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$ X
③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 X ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$ X
⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$ 0

\exists^{-1}

$q \rightarrow p$

$Q \subset P$

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $q: x$ 또는 y 가 무리수이다. X
② $p: xy > 0$ $q: x > 0, y > 0$
③ $p: xy > x+y > 4$ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$ X
④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$ X
⑤ $p: |x| > y$ $q: y < 0$ X

$p \rightarrow q$

$p \subset Q$ Q 에 포함되지 않음!

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

$\neg. |a|+|b| \geq |a-b|$ 0 $\neg. |a+b| \geq |a-b|$
 $\neg. |a-b| \geq |a|-|b|$ 0 $3 \geq 5$ (X)

① \neg X

② \neg X

③ \neg, \neg X

④ \neg, \neg 0

⑤ \neg, \neg X

5.

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$4(x-2) + \frac{4}{x-2} + 4 \geq 2\sqrt{16} + 4 = 12$$

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

(i) $x^2+4x+y^2+3y = 4x+3y+3$

(ii) $15 \geq (4x+3y)^2$

$\therefore -5\sqrt{3} \leq 4x+3y \leq 5\sqrt{3}$

따라서 최댓값은 $3+5\sqrt{3}$ 이다.

7. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

(실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.)

a, b 둘다 음수이면

$a+b \leq 0$ 이므로 $a+b \geq 0$ 라는 가정에

모순이므로 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는

양수이다. 명제는 참이다.

180.831 2월 3차시.

학번: 10616 이름: 안유진

1. ✓

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$
③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$
⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$

$p \rightarrow q$
 \leftarrow

$$(x-7)(x+1)=0$$

$p: x=7, -1 / q: 1$
 \leftarrow

2. ✓

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. ② $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
③ $p: xy > 0$ ④ $q: x > 0, y > 0$
⑤ $p: xy > x+y > 4$ ⑥ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
⑦ $p: xy+1 > x+y > 2$ ⑧ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
⑨ $p: |x| > y$ ⑩ $q: y < 0$

$p \rightarrow q$
 \leftarrow

a) - b

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

〈실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.〉

양이 1번씩
1. b 가 양수 \rightarrow 참

~~$a > 0$~~ $a \leq 0, b \leq 0 \Rightarrow a+b \leq 0$
 $b = \text{양수}$ $a = \text{양수}$ \rightarrow 양이 2번
 \rightarrow 양이 2번

따라서 주어진 명제는 참이다

4. ✓

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- 보기
㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㉡ $|a+b| \geq |a-b|$
㉢ $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

5. ✓

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$4(x-2) + \frac{4}{x-2} + 4 \geq 2\sqrt{16} + 4 = 12$$

<127

6. ✓

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} x^2+y^2 &\leq 3 \Rightarrow x^2 \leq 3-y^2 \\ 3 &\geq 2xy \\ \frac{3}{2} &\geq xy \\ 18 &\geq 12xy \end{aligned} \quad \begin{aligned} \textcircled{2} 4x+3y+3 &\leq 2\sqrt{12xy}+3 \\ &\leq 4x+3y+3 \\ &= (16+9)(x^2+y^2) \geq (16+9) \cdot 3 \\ &= 5 \cdot 5 \cdot 3 \geq 4x+3y \end{aligned}$$

(573+37)

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ~~㉠ $p: x=2, q: x^2=2x$~~ ~~㉡ $p: x-y=0, q: x^2=y^2$~~
~~㉢ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수~~ ~~㉣ $p: |x|=4, q: x^2=16$~~
~~㉤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$~~

5

2.

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ~~㉠ $p: x+y$ 는 무리수이다.~~ $q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
~~㉡ $p: xy > 0$~~ $q: x > 0, y > 0$
~~㉢ $p: xy > x+y > 4$~~ $q: x > 2$ 이고 $y > 2$
~~㉣ $p: xy+1 > x+y > 2$~~ $q: x > 1$ 이고 $y > 1$
~~㉤ $p: |x| > y$~~ $q: y < 0$

1

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

(실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.)

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- ~~(보기)~~
~~㉠ $|a|+|b| \geq |a-b|$~~ ~~㉡ $|a+b| \geq |a-b|$~~
~~㉢ $a-b \geq |a|-|b|$~~

- ~~㉣ $|a| \geq |b|$~~ ~~㉤ $|a| \geq |b|$~~ ~~㉥ $|a| \geq |b|$~~
~~㉦ $|a| \geq |b|$~~ ~~㉧ $|a| \geq |b|$~~ ~~㉨ $|a| \geq |b|$~~

4

5.

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$\cancel{4(x-2)} \quad 4(x-2) + \frac{4}{x-2} + 4 \geq 8+4$$

$$m = 12$$

12

6.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

4

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? 5
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x \times PCQ$ ② $p: x-y \geq 0, q: x^2=y^2 \times PCQ$
③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16 \times PCQ$
⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7 \times PCQ$

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㄴ. $|a+b| \geq |a-b|$
ㄷ. $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

$$7. a^2 + 2|ab| + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$2(|ab| - ab) \geq 0, \text{ 항상}$$

$$ㄴ. a^2 + 2ab + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$4ab \geq 0, \text{ 항상}$$

$$ㄷ. i) |a| < |b|,$$

$$|a|-|b| < 0, |a-b| > 0$$

$$ii) |a| \geq |b|$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq a^2 - 2(|a||b|) + b^2$$

$$5. 2(ab - |ab|) \geq 0, \text{ 항상}$$

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4x-4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$4x-4 + \frac{16}{4x-8} = (4x-8) + \frac{16}{4x-8} + 4$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{16}{4x-8}} + 4$$

$$= 8 + 4 = 12$$

$$\text{답: } 12$$

2.

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은? 1
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. ② $p: xy > 0$
③ $p: xy > x+y > 4$ ④ $p: xy+1 > x+y > 2$
⑤ $p: |x| > y$

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$$

$$(4+9)(x^2+y^2) \geq (2x+3y)^2$$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 모두 양수라는 것을 가정하자.

• $a+b < 0$ 이고 $a+b > 0$ 라는 가정에 모순된다

따라서 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$(4x^2+3y^2)(x^2+y^2) \geq (4x+3y)^2$$

$$\frac{15}{15}$$

$$-5\sqrt{3} \leq 4x+3y \leq 5\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{답: } 5\sqrt{3}+3$$

1.

두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x=2, q: x^2=2x$ ② $p: x-y=0, q: x^2=y^2$
 ③ $p: 10$ 의 양의 배수, $q: 5$ 의 양의 배수 ④ $p: |x|=4, q: x^2=16$
 ⑤ $p: x^2-6x-7=0, q: x=7$

$$q \rightarrow p$$

- ① 필요조건
 ② $p: x-y=0, x=y$ 충분조건
 ③ 충분조건
 ④ 필요충분조건
 ⑤ $(x-7)(x+1)=0$ 필요조건
 $x=7$ 또는 $x=-1$ $\therefore 5$

2.

다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
(단, x, y 는 실수이다.)

- ① $p: x+y$ 는 무리수이다. $\iff q: x$ 또는 y 가 무리수이다.
 ② $p: xy > 0$ $\iff q: x > 0, y > 0$
 ③ $p: xy > x+y > 4$ $\iff q: x > 2$ 이고 $y > 2$
 ④ $p: xy+1 > x+y > 2$ $\iff q: x > 1$ 이고 $y > 1$
 ⑤ $p: |x| > y$ $\iff q: y < 0$

$$p \rightarrow q$$

 $\therefore 1$

3. 다음 명제가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오.

<실수 a, b 에 대하여 $a+b > 0$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 양수이다.>

a, b 중 적어도 하나가 양수가 아니라고 가정하면,

a, b 는 양이 아닌 실수

$$a \leq 0, b \leq 0$$

$$a+b \leq 0$$

$a+b > 0$ 라는 가정에 모순되므로

a, b 중 적어도 하나는 양수이다.

4.

a, b 가 실수일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $|a|+|b| \geq |a-b|$ ㄴ. $|a+b| \geq |a-b|$
 ㄷ. $|a-b| \geq |a|-|b|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } (|a|+|b|)^2 &\geq |a-b|^2 \\ &= (|a|^2 + 2|a||b| + |b|^2) \geq (a-b)^2 \text{ 참} \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 \geq (a^2 - 2ab + b^2) = 2|ab| + 2ab \geq 0 \\ &= 2(ab + |ab|) \geq 0 \\ \text{ㄴ. } (a+b)^2 &\geq (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2 \\ &= 4ab \geq 0 \text{ 거짓} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄷ. i) } |a| < |b| \\ |a| - |b| < 0, |a-b| > 0 \\ \text{ii) } |a| \geq |b| \\ a^2 - 2ab + b^2 &\geq a^2 - 2|ab| + b^2 \\ -2(ab - |ab|) &\geq 0 \text{ 참} \end{aligned}$$

5.

$x > 2$ 일 때, $4x-4 + \frac{4}{x-2} \geq m$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 m 의 최댓값을 구하시오.

$$\begin{aligned} 4x-4 + \frac{16}{4x-8} &= (4x-8) + \frac{16}{4x-8} + 4 \\ &\geq 2\sqrt{(4x-8) \cdot \frac{16}{4x-8}} + 4 \\ &= 8+4 = 12 \end{aligned}$$

 $\therefore 12$

실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=3$ 일 때, x^2+4x+y^2+3y 의 최댓값을 구하시오.

$$(4^2+3^2)(x^2+y^2) \geq (4x+3y)^2$$

$$25 \geq (4x+3y)^2$$

$$\sqrt{25} \geq 4x+3y$$

$$5\sqrt{3} \geq 4x+3y$$

$$\therefore 5\sqrt{3}+3$$