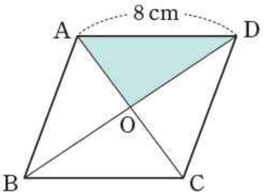
포트폴리오 평가지 Ⅳ. 2. 사각형의 성질	학번	
	이름	

1. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\overline{AC}+\overline{BD}=22$ cm일 때, △AOD의 둘레의 길이를 구하시오.



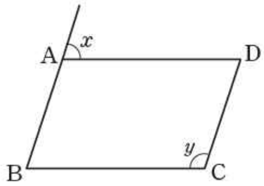
풀이 | 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로

$$\overline{AO}+\overline{DO}=\frac{1}{2}\times(\overline{AC}+\overline{BD})=\frac{1}{2}\times 22=11\,(\text{cm})$$

따라서 △AOD의 둘레의 길이는

$$(\overline{AO}+\overline{DO})+\overline{AD}=11+8=19\,(\text{cm})$$

2. 다음 평행사변형 ABCD에서 ∠DAB와 ∠ADC의 크기의 비가 3 : 2일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하시오.



풀이 | 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$\angle DAB=\angle DCB=\angle y$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ABC=\angle x$ (동위각)

따라서 $\angle ADC=\angle ABC=\angle x$

사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이므로

$2\angle x+2\angle y=2(\angle x+\angle y)=360°$

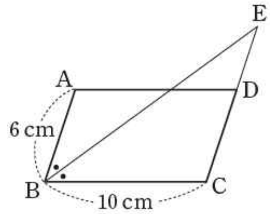
$\angle x+\angle y=180°$

그런데 $\angle DAB:\angle ADC=\angle y:\angle x=3:2$이므로

$$\angle x=180°\times\frac{2}{3+2}=72°$$

$$\angle y=180°\times\frac{3}{3+2}=108°$$

3. 다음 평행사변형 ABCD에서 ∠B의 이등분선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 E라고 하자. $\overline{AB}=6$ cm이고 $\overline{BC}=10$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



풀이 | 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$\overline{AD}=\overline{BC}=10$ cm, $\overline{CD}=\overline{AB}=6$ cm

또 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 평행선과 엇각의 성질에 의해

$\angle EBA=\angle BEC$

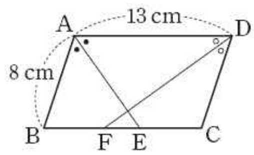
따라서 $\angle EBC=\angle BEC$

즉, △CBE는 $\overline{CB}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{CE}=\overline{BC}=10$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=10-6=4\,(\text{cm})$

4. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$와 $\overline{DF}$는 각각 ∠A와 ∠D의 이등분선이다. $\overline{AB}=8$ cm이고 $\overline{AD}=13$ cm일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



풀이 | $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle DAE$ (엇각)

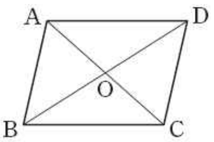
$\angle DFC=\angle ADF$ (엇각)

따라서 △BAE와 △CDF는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{AB}=8$ cm, $\overline{CF}=\overline{CD}=8$ cm

$\overline{EF}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{BC}$

$=8+8-13=3\,(\text{cm})$

5. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\angle OAB = \angle OBA$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AB} = \overline{AD}$ ② $\overline{BC} = \overline{AC}$

③ $\overline{OB} = \overline{OC}$ ④ $\angle ABD = \angle BCA$

⑤ $\angle BDC + \angle DBC = 90°$

풀이 | ① $\overline{AB} = \overline{AD}$인지 알 수 없다. (거짓)

② $\overline{BC} = \overline{AC}$인지 알 수 없다. (거짓)

④ $\angle ABD = \angle BCA$인지 알 수 없다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

6. 다음 보기 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 고르시오.

ㄱ. $\overline{AB} = \overline{BC} = 5$ cm, $\overline{CD} = \overline{DA} = 7$ cm
ㄴ. $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ cm, $\overline{BC} /\!/ \overline{DA}$
ㄷ. $\angle A = \angle C = 110°$, $\angle B = 70°$
ㄹ. $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

풀이 | ㄱ. 두 쌍의 대변의 길이가 같지 않으므로 □ABCD는 평행사변형이 아니다.

ㄴ. 한 쌍의 대변이 평행하지만 그 길이가 같은지 알 수 없으므로 평행사변형인지 알 수 없다.

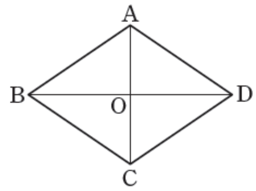
ㄷ. $\angle D = 360° - (110° + 110° + 70°) = 70°$이므로 $\angle B = \angle D$이다. 따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

ㄹ. 두 대각선이 서로를 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

따라서 □ABCD가 평행사변형인 것은 ㄷ, ㄹ이다.

7. 다음 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.

ㄱ. $\angle A = \angle C$
ㄴ. $\overline{AC} = \overline{BD}$
ㄷ. $\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이다.
ㄹ. $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$



풀이 | ㄱ. 마름모는 평행사변형이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

즉, $\angle A = \angle C$ (참)

ㄴ. 마름모의 두 대각선의 길이는 항상 같은 것은 아니다. (거짓)

ㄷ. 두 직각삼각형 ABO와 CBO에서

$\overline{AB} = \overline{CB}$ ……①

$\overline{BO}$는 공통 ……②

①과 ②에 의하여

$\triangle ABO \equiv \triangle CBO$ (RHS 합동)

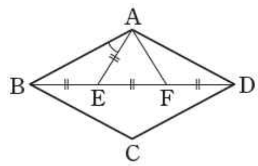
따라서 $\angle ABO = \angle CBO$이므로 $\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이다. (참)

ㄹ. 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

8번. 다음 페이지에

9. 오른쪽 마름모 ABCD에서 대각선 BD의 삼등분점을 E와 F라고 하자. $\overline{AE} = \overline{BE}$일 때, $\angle BAE$의 크기를 구하시오.



풀이 | $\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$, $\angle ABE = \angle ADF$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{AE} = \overline{AF}$이므로 $\triangle AEF$는 정삼각형이다. 즉, $\angle AEF = 60°$이므로 $\angle AEB = 120°$

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAE = \frac{1}{2} \times (180° - 120°) = 30°$$

8. 평행사변형 ABCD가 정사각형이 될 조건을 다음 보기 중에서 모두 고르시오.

ㄱ. $\angle A=90°$
ㄴ. $\angle A=90°$, $\overline{AB}=\overline{BC}$
ㄷ. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
ㄹ. $\angle A=90°$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

풀이 | ㄱ. 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=90°$이면

$\angle B=\angle C=\angle D=90°$

이므로 네 내각의 크기가 90°로 모두 같다.
따라서 주어진 조건을 만족시키는 사각형은 직사각형이다.

ㄴ. 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=90°$이면

$\angle B=\angle C=\angle D=90°$

이므로 네 내각의 크기가 90°로 모두 같다.
또 $\overline{AB}=\overline{BC}$이면

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

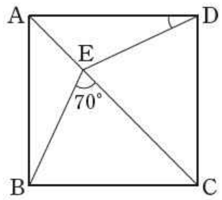
이므로 네 변의 길이가 모두 같다.
따라서 주어진 조건을 만족시키는 사각형은 정사각형이다.

ㄷ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 두 대각선이 서로를 수직이등분한다.
따라서 주어진 조건을 만족시키는 사각형은 마름모이다.

ㄹ. ㄱ에 의해 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=90°$이면 이 사각형은 직사각형이고 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.
그런데 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 두 대각선이 서로를 수직이등분한다. 따라서 □ABCD의 네 변의 길이와 네 내각의 크기가 90°로 모두 같으므로 이 사각형은 정사각형이다.

따라서 평행사변형 ABCD가 정사각형이 될 조건은 ㄴ, ㄹ이다.

10. 오른쪽 정사각형 ABCD에서 대각선 AC 위의 한 점 E에 대하여 $\angle BEC=70°$일 때, $\angle EDA$의 크기를 구하시오.



풀이 | △ABE와 △ADE에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$　　…… ①

$\angle BAE=\angle DAE=45°$　　…… ②

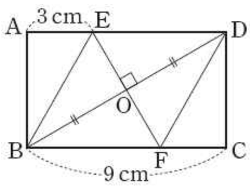
$\overline{AE}$는 공통　　…… ③

①, ②, ③에 의하여

△ABE≡△ADE (SAS 합동)

그런데 $\angle AED=\angle AEB=180°-70°=110°$이므로　$\angle EDA=180°-(45°+110°)=25°$

11. 다음 직사각형 ABCD에서 대각선 BD의 중점을 O라 하고, 점 O에서 $\overline{BD}$에 수직인 직선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 E, F라고 하자.
$\overline{AE}=3$ cm이고 $\overline{BC}=9$ cm일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하시오.



풀이 | △OED와 △OFB에서

$\angle EOD=\angle FOB=90°$　　…… ①

$\overline{OD}=\overline{OB}$　　…… ②

$\angle EDO=\angle FBO$ (엇각)　　…… ③

①, ②, ③에 의하여

△OED≡△OFB (ASA 합동)

따라서　$\overline{OE}=\overline{OF}$

같은 방법으로 △OED, △OEB, △OFB, △OFD는 모두 합동이다. 즉,

$\overline{ED}=\overline{EB}=\overline{FB}=\overline{FD}$

따라서 □EBFD는 마름모이므로

$\overline{DF}=\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=6$ (cm)