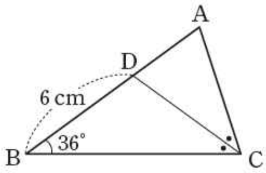
| | | |
|---|---|---|
| **포트폴리오 평가지** Ⅳ. 1. 삼각형의 성질 | 학번 | |
| | 이름 | |

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle C$의 이등분선과 변 AB의 교점을 D라고 할 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.




**풀이** | 이등변삼각형 ABC에서

$\angle C=\angle A=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$

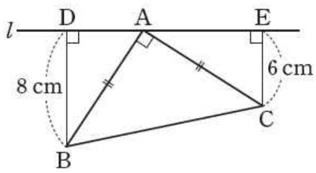
$\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle C=36°$

따라서 △DBC는 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{BD}=6\text{ cm}$

2. 다음 직각이등변삼각형 ABC에서 꼭짓점 A를 지나는 직선 $l$을 긋고, 두 점 B와 C에서 직선 $l$에 내린 수선의 발을 각각 D와 E라고 하자. $\overline{BD}=8\text{ cm}$이고 $\overline{CE}=6\text{ cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.




**풀이** | 두 직각삼각형 BDA와 AEC에서

$\angle DAB+\angle DBA=90°$이고

$\angle DAB+\angle EAC=90°$이므로

$\angle DBA=\angle EAC$ ……①

또 △ABC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BA}=\overline{AC}$ ……②

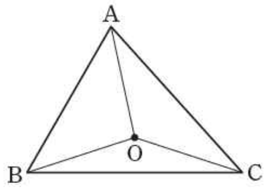
①과 ②에 의하여

$\triangle BDA\equiv\triangle AEC$(RHA 합동)

따라서 $\overline{DA}=\overline{EC}=6\text{ cm}$, $\overline{EA}=\overline{DB}=8\text{ cm}$이므로

$\overline{DE}=6+8=14(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. $\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=4:6:5$일 때, $\angle ABC$의 크기를 구하시오.




**풀이** | 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

따라서 △OAB, △OBC, △OCA는 모두 이등변삼각형이다.

한편, $\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=4:6:5$이므로

$\angle AOB=360°\times\frac{4}{15}=96°$

$\angle BOC=360°\times\frac{6}{15}=144°$

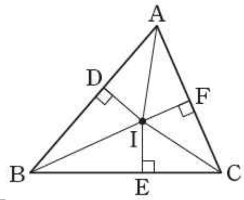
이고

$\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180°-96°)=42°$

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180°-144°)=18°$

따라서 $\angle ABC=\angle OBA+\angle OBC=60°$

4. 다음 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.




| | |
|---|---|
| ㄱ. $\angle IAD=\angle IAF$ | ㄴ. $\triangle IAF\equiv\triangle ICF$ |
| ㄷ. $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$ | ㄹ. $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$ |

**풀이** | ㄱ. 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle IAD=\angle IAF$ (참)

ㄴ. $\triangle IAF\equiv\triangle IAD$, $\triangle ICF\equiv\triangle ICE$이지만 항상 $\triangle IAF\equiv\triangle ICF$인 것은 아니다. (거짓)

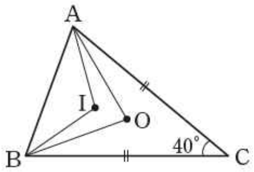
ㄷ. 항상 $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$인 것은 아니다. (거짓)

ㄹ. 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같으므로

$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

5. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC에서 두 점 O와 I는 각각 △ABC의 외심과 내심이다. $\angle C=40°$일 때, 다음을 구하시오.




(1) ∠OBC의 크기

(2) ∠IBC의 크기

(3) ∠IBO의 크기

**풀이** | (1) △OAC와 △OBC에서　　CA=CB

점 O가 △ABC의 외심이므로　　$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}$는 공통

따라서　　△OAC≡△OBC(SSS 합동)

$$\angle OCB=\angle OCA=\frac{1}{2}\angle C=20°$$

이때 △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

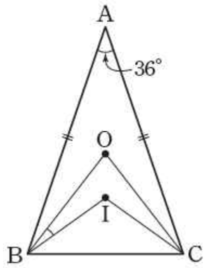
$\angle OBC=\angle OCB=20°$

(2) △ABC는 이등변삼각형이므로　　$\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

점 I는 △ABC의 내심이므로　　$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B=35°$

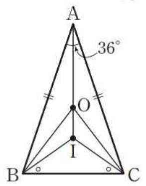
(3) $\angle IBO=\angle IBC-\angle OBC$이므로　　$\angle IBO=35°-20°=15°$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A=36°$이고, △ABC의 외심과 내심을 각각 O와 I라고 할 때, ∠OBI의 크기를 구하시오.




**풀이** | △ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$




이고, 점 O는 $\overline{AI}$ 위에 있다. 그런데 점 I가 △ABC의 내심이므로

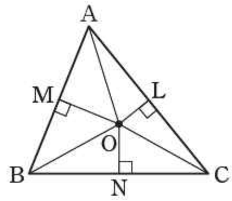
$\angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\times 36°=18°$

$\angle ABI=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 72°=36°$

또 점 O가 △ABC의 외심이므로　　$\angle ABO=\angle OAB=18°$

따라서　　$\angle OBI=\angle ABI-\angle ABO=36°-18°=18°$

7. 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)




① $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

② $\overline{BM}=\overline{BN}$

③ $\angle OCL=\angle OCN$

④ $\overline{OM}=\overline{ON}$

⑤ △OBN ≡ △OCN

**풀이** | ① 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ (참)

② 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$이지만 항상 $\overline{BM}=\overline{BN}$인 것은 아니다. (거짓)

③ △OAC와 △OBC는 이등변삼각형이므로 $\angle OAL=\angle OCL$, $\angle OBN=\angle OCN$이지만 항상 $\angle OCL=\angle OCN$인 것은 아니다. (거짓)

④ $\overline{OM}=\overline{ON}$이 성립하는지 알 수 없다. (거짓)

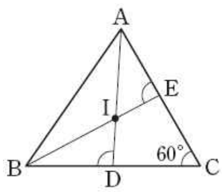
⑤ △OBN과 △OCN에서

$\angle ONB=\angle ONC=90°$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{ON}$은 공통

이므로　　△OBN≡△OCN(RHS 합동) (참)

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

8. 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이고 $\overline{AI}$와 $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자. $\angle C=60°$일 때, $\angle AEB+\angle ADB$의 값은?




**풀이** | 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로　　$\angle IAB=\angle IAE$, $\angle IBA=\angle IBD$

한편, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle A+\angle B=180°-60°=120°$이고,

$\angle A+\angle B=2\angle IAE+2\angle IBD=120°$

에서　　$\angle IAE+\angle IBD=60°$

따라서

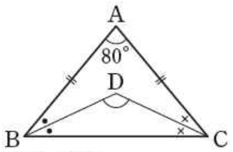
$\angle AEB+\angle ADB$

$=(\angle IBD+60°)+(\angle IAE+60°)$

$=\angle IBD+\angle IAE+120°$

$=60°+120°=180°$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선의 교점을 D라고 하자. $\angle A=80^\circ$일 때, $\angle BDC$의 크기를 구하시오.




**풀이** | 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

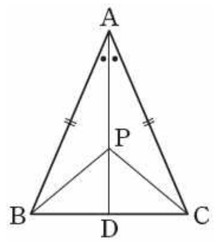
$$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$$

$\triangle DBC$에서

$$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle C=25^\circ$$

따라서 $\angle BDC=180^\circ-(25^\circ+25^\circ)=130^\circ$

10. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P를 잡을 때, 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?




① $\overline{BD}=\overline{CD}$
② $\angle ABD=\angle ACD$
③ $\overline{AP}=\overline{BP}$
④ $\angle PBD=\angle PCD$
⑤ $\angle PDB=\angle PDC$

**풀이** | ① 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$ (참)

② 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로 $\angle ABD=\angle ACD$ (참)

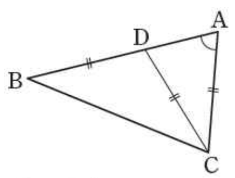
③ 항상 $\overline{AP}=\overline{BP}$인 것은 아니다. (거짓)

④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle PBD=\angle PCD$ (참)

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle PDB=\angle PDC$ (참)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

11. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{CA}$일 때, $\angle A$의 크기를 구하시오.




**풀이** | $\angle B=\angle a$라고 하면 $\triangle DBC$는 이등변삼각형이므로 $\angle DCB=\angle a$, $\angle CDA=2\angle a$

또 $\triangle ACD$는 이등변삼각형이므로

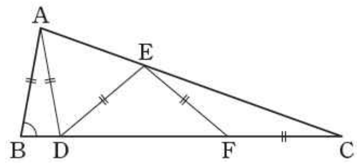
$$\angle A=\angle CDA=2\angle a$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180^\circ$이므로

$$\angle a+2\angle a+2\angle a=180^\circ,\quad \angle a=36^\circ$$

따라서 $\angle A=2\angle a=72^\circ$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FC}$일 때, $\angle B$의 크기를 구하시오.




**풀이** | $\angle ECF=\angle a$라고 하면 $\angle CEF=\angle a$이므로 $\triangle CEF$에서 $\angle EFD=2\angle a$

또 $\angle EDF=2\angle a$이므로 $\triangle EDC$에서

$$\angle DEA=2\angle a+\angle a=3\angle a \quad ◀ ㉮$$

같은 방법으로 $\angle DAE=3\angle a$이므로 $\triangle ADC$에서

$$\angle ADB=3\angle a+\angle a=4\angle a$$

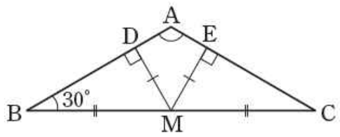
따라서 $\angle ABD=4\angle a$

이때 $\triangle CAB$가 이등변삼각형이므로

$$\angle a+4\angle a+4\angle a=180^\circ,\quad \angle a=20^\circ$$

따라서 $\angle B=4\angle a=80^\circ$

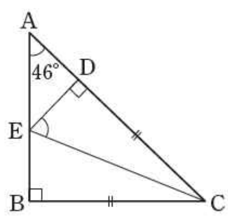
13. 다음 $\triangle ABC$에서 변 BC의 중점을 M이라 하고, 점 M에서 두 변 AB와 AC에 내린 수선의 발을 각각 D와 E라고 하자. $\overline{MD}=\overline{ME}$이고 $\angle B=30^\circ$일 때, $\angle A$의 크기를 구하시오.




**풀이** | 두 직각삼각형 BMD와 CME에서 $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$이므로 $\triangle BMD\equiv\triangle CME$ (RHS 합동)

따라서 $\angle C=\angle B=30^\circ$이므로 $\angle A=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

14. 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=\overline{DC}$이고 $\overline{AC}\perp\overline{ED}$이다. $\angle A=46^\circ$일 때, $\angle DEC$의 크기를 구하시오.




**풀이** | 두 직각삼각형 EBC와 EDC에서 $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{EC}$는 공통이므로

$\triangle EBC\equiv\triangle EDC$ (RHS 합동)

이때 $\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+46^\circ)=44^\circ$이므로

$$\angle DCE=\angle BCE=\frac{1}{2}\angle ACB=22^\circ$$

따라서 $\angle DEC=180^\circ-(90^\circ+22^\circ)=68^\circ$